*

En redegjørelse for mine vitenskapelige arbeider.

*

Morten Rognes

1998

*

"Jeg er forvirret av alle disse spørsmål og begynner å innbille meg at jeg er i den sørgeligste av alle tenkelige tilstander, omgitt av det dypeste mørke og fullstendig berøvet bruken av hvert lem og hver evne. Til alt hell hender det at fordi fornuften er ute av stand til å spre disse skyer, så strekker naturen til for dette formål. Den helbreder meg for denne filosofiske melankoli og dette delirium, enten ved å dempe denne tendens i bevisstheten, eller ved hjelp av et eller annet gjøremål og livlige inntrykk på sansene, som tilintetgjør alle disse kimærer. Jeg spiser middag, jeg spiller et parti brettspill, jeg konverserer og er lystig sammen med venner; og når jeg etter tre til fire timers underholdning vil vende tilbake til disse spekulasjoner, virker de så kalde og anstrengte og latterlige at jeg ikke kan få meg til å fortsette med dem." (Hume)

Jeg skal i det følgende forsøke å gi en mer kortfattet redegjørelse for innholdet i de skrifter jeg har skrevet i perioden 1971 – 1998.

En grunnleggende oppfatning i min egen filosofiske tenkning er at filosofi for en stor del er, og bør være, en systematisk og kritisk diskusjon og vurdering av teser, eller systemer av teser, av filosofisk relevant art, dvs. teorier som, gitt at de er sanne, gir en vesentlig informasjon om, og svar på, filosofiske problemer av ontologisk, erkjennelsesteoretisk, logisk, etisk og annen art. Dette innebærer at filosofisk tenkning ikke er vesentlig forskjellig i visse henseende fra annen vitenskapelig tenkning.

En kritisk diskusjon og vurdering av en tese eller en teori synes blandt annet å innebære følgende tre ting: (a) at man bestreber seg på å formulere teorien så klart som mulig slik at det blir mulig å se hva den innebærer, (b) at man undersøker om teoriens setninger eller deler av dem kan utledes fra hverandre, eller – og det er kanskje viktigere – om de kan utledes fra andre setninger av vitenskapelig eller annen natur som vi finner mer opplagte, (c) at man undersøker hva som lar seg utlede i teorien, dvs. utvikler de logiske konsekvensene av den, og dernest undersøker hvorvidt disse konsekvensene passer sammen med data vi har på grunnlag av våre sanseiaktagelser, de resultater man har kommet frem til i de enkelte mer veletablerte vitenskapsgrener og våre mer eller mindre gjennomtenkte oppfatninger forøvrig.

Blir det for store uoverensstemmelser mellom teorien og de oppfatninger den prøves mot må enten teorien oppgis eller revideres. Eventuelt kan det tenkes at vi finner gode grunner til å oppgi noen av de satser som vi prøver teorien mot slik at vi likevel finner et grunnlag for fortsatt å ha tiltro til den. Denne utprøvningsprosessen vil ved ethvert tidspunkt i prinsippet være uavsluttet og forutsetter i sin tur at de data og de oppfatninger av vitenskapelig art som som våre teorier prøves mot er så klart formulert at man kan se om de er forenelige med teorien eller ikke. Og om diskusjonen skal være klargjørende forutsettes det enn mer at deduksjonene fra teorien er så klare og eksplisitte at de kan kontrolleres av andre.

Som man ser innebærer etter min oppfatning en kritisk diskusjon og vurdering av en filosofisk relevant teori ikke annet enn at man systematisk anvender det som ofte kalles "hypotetisk deduktiv" metode på den, men med den forskjell fra empirisk forskning at de oppfatninger som teorien konfronteres med ikke alltid har den samme tilsynelatende sikre og ukontroversielle karakter.

Det fremgår av skissen ovenfor at kravene til stringens, logisk følgeriktighet og orden, klarhet og oversiktlighet ikke er, eller bør være, mindre i filosofisk preget tenkning enn i vitenskapelig tenkning, snarere omvendt. Det er i denne sammenheng naturlig å fremheve at det har vært, og er, min oppfatning at den vanlige klassiske predikatlogikk er et utmerket arbeidsverktøy ved den kritiske diskusjon av filosofiske teorier. Det er riktignok langt fra det eneste, men ett blandt flere logisk verktøy.

Gitt et hvilket som helst vokabular av ikke-logiske predikatkonstruksjoner av forskjellig grad i norsk kan man betrakte klassen av alle de setninger som kan bygges opp fra disse ved hjelp av kvantorene "For alle x er det slik at – " og "Det finnes minst en x slik at – ", de setningslogiske konnektivene, identitets-predikatet, variabeltegnene og paranteser etter de velkjente regler. Den resulterende type språkstrukturer vil vi her – som vanlig – kalle for første-ordens språk. Klassen av første-ordens språk i denne betydning utgjør et meget stort

mangfold av språk og det synes fullt ut mulig å formulere teorier av stor filosofisk relevans innenfor rammen av slike språk. Dette innebærer ikke at enhver meningsfull presis påstandssetning i norsk kan oversettes adekvat, formaliseres, innenfor rammen av et slikt språk. men bare at man innenfor rammen av et slike språk, eventuelt beslektede strukturer, kan formulere interessante teorier. I første omgang kan man da ta opp de teorier av filosofisk karakter som kan formuleres innenfor en slik ramme og undersøke dem. Dette er da også et aspekt ved mine arbeider, noe som i det følgende etterhvert vil fremgå tydeligere.

Det er velkjent hvordan man i tilknytning til et slikt første-ordens språk kan definere syntaktisk, såvel som semantisk, hva som menes med en logisk sannhet i språket, hva som menes med at en setning impliserer en annen og hva som menes med en konsistent setningsmengde i språket. Det er også velkjent hvordan man kan definere hva som menes med et bevis for en formel i språket og hva som menes med et bevis for en formel i språket ut fra en mengde med formler i språket. Endelig skulle det være velkjent at de logiske sannhetene i et slikt språk, de som er sanne i alle modeller, sammenfaller med de setningene som er bevisbare. (Gødels fullstendighets-sats) Hvis derfor en teori er formulert innenfor rammen av et første-ordens språk, – hvis vi f.eks. har for oss et sett av filosofisk relevante setninger $\sum$ formulert presist innenfor språket, vil det for hver setning S i dette språk være et veldefinert problem, matematisk sett, om S er implisert av setningene i $\sum$, om S er uforenlig med setningene i $\sum$ osv. Dette gjør det mulig på en presis og strengt kontrollerbar måte å sjekke forskjellige deduksjoner av setninger fra dem i $\sum$ og om de utledete setningene som man har funnet frem til passer sammen med de setningene i språket som kan anses som allment akseptable eller som man kan anse for velbegrunnet. Med andre ord de setningene i språket som fungerer som en slags "data".

I Rognes [85a], "En oversikt over definisjoner av sentrale begreper i den klassiske predikatlogikk og mengdelære." gjør jeg utførlig rede for de begrepsdannelser som noe overfladisk har blitt omtalt ovenfor. Poenget med dette skrift er ikke, og har ikke vært, å bidra med noe originalt. Hensikten har utelukkende vært å gi en oversikt over de begrepsdannelser i tilknytning til den vanlige klassiske predikatlogikk som jeg benytter i mine øvrige skrifter og å redegjøre for hvordan disse er presist definert. Videre har hensikten vært å gi en utførlig oversikt, samlet på et sted, over den mengdeteoretiske notasjon jeg benytter og i denne forbindelse forklare hvordan de enkelte symboler er definert.

I arbeidet gir jeg helt standardpregede definisjoner av hva som menes med et første-ordens språk, første-ordens teori, bevis i en første-ordens teori, predikat-logisk sannhet, identitetslogisk sannhet og setningslogisk sannhet. Videre gis definisjoner av en rekke andre mer teknisk pregede begreper som trengs i forbindelse med første-ordens teorier. Jeg betrakter også det første-ordens språket hvor de eneste ikke-logiske predikatene er (1) "x er en mengde" og (2) "x er et element i mengden y". Dette kalles språket for mengdelære og betegnes med "L;e". I arbeidet angir jeg også et aksiomsett for predikatene (1) og (2). I det vesentlige er dette de vanlige Zermelo-Fraenkel-aksiomene med utvalgsaksiomet inkludert, men med den forskjell at vi tar spesielt hensyn til muligheten av å omtale urindivider, dvs. ikke-mengder i systemet. I tilknytning til dette språket for mengdelære gir jeg de vanlige definisjoner av de mengdeteoretiske og matematiske begrepene jeg trenger. Dette gjøres på den måten som disse innføres i vanlige innføringsskrifter i matematisk logikk og mengdelære. For den som vil orientere seg i de arbeider jeg har skrevet er det vesentlig at man leser igjennom og skaffer seg en oversikt over innholdet i dette skrift først siden det er her det grunnleggende logisk-matematiske verktøy som benyttes i de øvrige skrifter legges til rette.

I det mengdeteoretiske systemet som angis i Rognes [85a] er begge de to predikatene

(1) og (2) primitive predikater. I de vanlige versjoner av Zermelo-Fraenkel systemet for mengdelære er det imidlertid vanlig bare å bruke (2) som primitivt, ikke-logisk predikat. Hvis man da fastholder den vanlige versjonen av det såkalte ekstensjonalitetsaksiomet kan man imidlertid ikke definere "ikke-mengde" ved å si at det er et objekt som ikke inneholder noen elementer. For gjør man dette blir alle de ting som ikke inneholder elementer identifisert og man kan vise at de blir identiske med nullmengden som jo heller ikke inneholder noen elementer. Hvis man derfor går ut fra at det finnes gjenstander i universet som ikke er mengder, med andre ord at det finnes det som vi her kaller "urindivider", er det derfor naturlig å innføre begge predikatene (1) og (2) som primitive. Dette er da også hva jeg gjør i systemet ZFCu, Zermelo-Fraenkelsystemet med urindivider og utvalgsaksiom, som presenteres i [85a]. I denne første-ordens teorien er de vanlige ZFC-aksiomene, på passende måte begrenset til mengder, fremdeles ikke-logiske aksiomer, men i tillegg legger jeg til to nye. Det dreier seg om et som sier at dersom noe er et element i noe annet er dette siste alltid en mengde. Vi kaller dette for mengde-aksiomet. Det andre aksiomet sier at det finnes en mengde hvor noe er et medlem hvis og bare hvis det er en ikke-mengde. Denne grunnsetningen kalles for urindivid-aksiomet. Dette mengdeteoretiske system undersøkes nøyere i Rognes [86a], [86b] og [86c].

I Rognes [86a] betrakter vi ZFCu utvidet med aksiomer som sier noe om størrelsen til klassen av urindividene, dvs. de entitetene i universet som ikke er mengder. Vi betrakter (a) for hvert naturlig tall n et aksiom som sier at mengden av urindivider har nøyaktig n medlemmer, (b) for hvert naturlig tall n et aksiom som sier at mengden av urindivider har minst n medlemmer, muligens flere, og (c) et aksiom som uttrykker at mengden av urindivider er minst tellbart uendelig. Et hovedresultat i [86a] er så det følgende: Vi viser at ZFCu utvidet enten med et aksiom av typen (a) eller med et aksiom av typen (b) eller med det aksiom som er nevnt under (c) gir som resultat et mengdeteoretisk system som er konsistent relativt til den vanlige versjonen av Zermelo-Fraenkel systemet med utvalgsaksiom når dette ytterligere forøkes med et aksiom som sier at det finnes såkalte utilgjengelige kardinaltall.

I alle systemene, utvidelsene av ZFCu som her er omtalt, behandles mengden av ikke-mengder som en "avsluttet" totalitet, dvs. at mengden eksisterer i det kumulative hierarkiet. Dette er en del av innholdet i urindividaksiomet som vi nevnte ovenfor. Man kan imidlertid fjerne dette urindividaksiom fra ZFCu, vår versjon av ZFC med urindivider, og erstatte det med andre aksiomer. Vi betrakter et system der man gjør dette og hvor man erstatter aksiomet med en grunnsetning som sier at det til enhver mengde finnes en likemektig mengde som utelukkende inneholder urindivider. Et annet hovedresultat i [86a] er så at dette systemet er konsistent relativt til den vanlige standardversjonen av ZFC utvidet med aksiom som sier at det finnes utilgjengelige kardinaltall.

I [86b] betrakter vi en utvidelse av språket for mengdelære, L;e, hvor vi i tillegg til predikatene (1) og (2) også tar med et nytt primitivt predikat, nemlig:
(3) " x er det urindividet som svarer til mengden y". Vi utvider så ZFCu, minus urmengdeaksiomet, til dette språket og legger til visse nye ikke-logiske aksiomer for konstruksjonen (3) som i hovedsaken sier at dette predikatet betegner en en-entydig avbildning mellom mengdene i universet og urindividene i universet. Det resulterende system vises så å være konsistent relativt til ZFC utvidet med det tidligere nevnte aksiom om eksistensen av utilgjengelige kardinaltall.

I Rognes [86c] presenterer vi intepretasjoner av våre versjoner av ZFC inn i den vanlige standardversjonen av dette systemet som er forskjellige fra dem som benyttes i Rognes [86a]

og Rognes [86b]. Vi presenterer så den gjetning at disse nye intepretasjonene overfører teoremene i våre systemer til teoremer i ZFC. Hvis disse gjetningene er korrekte kan konsistensresultatene som ble nevnt ovenfor forsterkes. Våre varianter av ZFC er da ikke bare konsistente relativt ZFC utvidet med aksiomet om eksistensen av utilgjengelige kardinaltall, men også relativt til ZFC uten at man forutsetter at dette aksiom er tatt med.

De spørsmål som har beskjeftiget meg i [86a], [86b] og [86c] angående forholdet mellom urindivider og mengder synes å ha en viss filosofisk interesse og ha en betydning for oppfatningene av hovedtrekkene i vårt virkelighetsbilde. Tar man sitt utgangspunkt i f.eks. ZFCu utvidet med det aksiom at det til enhver mengde finnes en likemektig mengde som bare inneholder urindivider, og sløyfer det vi kalte urmengdeaksiomet, kan man si at denne teorien impliserer et virkelighets-bilde som noe forenklet kan beskrives slik: Man starter med et bunnsjikt av entiteter, la oss kalle det nivå 0, som utgjøres av alle ikke-mengdene. Dette innebærer at nivå 0 er klassen av alle urindividene. Dette vil da være en klasse i streng forstand og ikke en mengde. Nivå 1 består så av alle urindividene pluss alle mengder som utelukkende inneholder urindivider. Vi lar nullmengden være et element på dette nivå. Nivå 2 består så av alle elementene på nivå 1 pluss alle mengder som utelukkende inneholder elementer hentet fra nivå 1. Slik kan man fortsette prosessen og danne stadig høyere nivåer. Er $n \geq 1$ et naturlig tall vil følgelig nivå n+1 bestå av alle elementene på nivå n pluss alle mengder hvis elementer utelukkende er hentet fra nivå n. Alle de objekter som dukker opp som et element på et eller annet nivå i denne sekvensen av stadig mer omfattende nivåer vil da være et objekt som eksisterer. Nivåene selv vil da ikke være slike objekter og derfor strengt tatt ikke eksistere. Fra en filosofisk synsvinkel synes dette virkelighetsbilde interessant spesielt fordi det er konsistent med det å anta at f.eks. alle fysiske objekter, mentale objekter av forskjellig art, osv. kan tenkes å høre med til bunnsjiktet, altså antas å være urindivider eller ikke-mengder.

De arbeider som så langt er omtalt er de eneste hvor jeg tar opp rent mengdeteoretiske emner. De bør leses i den rekkefølgen som er antydet.

I en rekke andre arbeider tar jeg opp hva som kan oppfattes som rent vitenskaps-logiske emner. Det dreier seg her i første rekke om Rognes [85b] og [85c] samt Rognes [87b], [87c] og [87d].

I Rognes [85b], som forutsetter gjennomlesning av Rognes [85a], tar vi utgangspunkt i det første-ordens språket hvis ikke-logiske vokabular består av de to predikatene (1) og (2) av mengdeteoretisk art som ble nevnt ovenfor og som i tillegg inneholder de følgende tre predikater:

(4) "x er en logisk mulig verden"
(5) "x er et presist deskriptivt utsagn"
(6) "x er en logisk mulig verden hvor utsagnet y er sant".

Dette er altså de eneste fem ikke-logiske predikatene som inngår i språket. Som man ser er språket for mengdelære, L;e, en del av dette mer uttrykksrike språk hvor vi i tillegg til mengder og alle slags mengde-teoretiske strukturer som relasjoner, funksjoner, sekvenser av endelig og uendelig art, kardinaltall og ordinaltall, reelle tall og rasjonale tall osv., også kan uttrykke såvel spesielle som allmenne setninger om mulige verdener og de meningsinnhold som uttrykkes av presise deskriptive setninger, det vi her kaller for deskriptive utsagn. Siden hele det mengdeteoretiske apparat inngår og kan innføres som definerte predikater i tilknytning til språket, slik som vist i [85a], følger det at vi i dette språk kan omtale menger av

mulige verdener, mengder av utsagn av forskjellig art, videre at vi kan definere et nær sagt uendelig antall av forskjellige relasjoner mellom utsagn, mellom mengder av utsagn osv. Til tross for at språket derfor bare inneholder et forholdsvis lite antall primitive predikater er det derfor meget uttrykksrikt og har betraktelig uttrykkskraft.

I Rognes [85b], "En teori om presise deskriptive utsagn", tar vi som nevnt utgangspunkt i dette språket. Intuitivt synes de fem primitive predikatene som inngår i språket å være meningsfulle. Det synes også rimelig å si at man har noen og forholdsvis klare intuisjoner om hvilke setninger i språket som rimeligvis er sanne og hvilke som virker usanne. Vi betrakter først det mengdeteoretiske systemet ZFCu som er omtalt tidligere med språket utvidet til det vi nå betrakter og som vi betegner med "L;e[Δ;0]". Det virker rimelig å tro at de setningene som er teoremer i denne teorien, mao. teorien ZFCu med språket utvidet til L;e[Δ;0] er sannheter i L;e[Δ;0]. Men ingen av teoremene i ZFCu avgjør noen av de mer substansielle setningene som sier noe om mulige verdener og utsagn, samt forholdet mellom dem, som tross alt kan formuleres i dette språket. Teorien ZFCu(L;e[Δ;0]) må derfor utvides med nye aksiomer for predikatene (4) – (6) om man skal få en deduktivt sett sterk teori i språket av en informativ karakter. I første omgang betrakter vi i [85b] en utvidelse av ZFCu(L;e[Δ;0]) med følgende ikke-logiske aksiomer om mulige verdener og utsagn:

(i) Vi betrakter et aksiom som uttrykker at mengden av logisk mulige verdener eksisterer og at den er minst tellbart uendelig. Dette kan ikke utledes på basis av ZFCu-aksiomene i L;e[Δ;0].

(ii) Vi betrakter videre et aksiom som i det vesentlige sier at dersom x er en logisk mulig verden hvor utsagn y er sant så er x en logisk mulig verden og y et presist deskriptivt utsagn.

(iii) Vi betrakter et aksiom som gir en et identitetskriterium for utsagn og som sier at to utsagn er identiske om de er sanne i nøyaktig de samme logisk mulige verdenene.

(iv) Tilslutt betrakter vi et aksiom som sier at til enhver mengde med logisk mulige verdener finnes det et utsagn som er sant i nøyaktig de og bare de verdenene som er med i denne mengden.

Disse setningene, som kan formaliseres i det språket vi nå betrakter, L;e[Δ;0], kaller vi for henholdsvis eksistensaksiomet for mengden av mulige verdener, sannhetsrelasjonsaksiomet, identitetsaksiomet for utsagn og fullstendighets-aksiomet. Vi betrakter så den første-ordens teorien i L;e[Δ;0] hvor de ikke-logiske aksiomene er de mengdeteoretiske aksiomene i ZFCu samt de fire aksiomene som er nevnt ovenfor. I [85b] gir vi en utstrakt diskusjon av denne teorien, som i det nevnte arbeid kalles for T;1 og viser en rekke resultater om den som delvis er av metalogisk natur, delvis representerer utledning av teoremer innenfor selve teorien. Jeg skal kort og skissemessig gjøre rede for noen av resultatene.

For det første viser vi at teorien T;1 er en konservativ utvidelse av det mengdeteoretiske systemet ZFC. Det følger fra dette at T;1, siden den er en utvidelse av ZFCu, er konsistent om ZFCu er konsistent. Siden det sistnevnte system er konsistent relativt til den vanlige standardversjonen av ZFC følger det at T;1 også er dette.

Av de ikke-mengdeteoretiske aksiomene i T;1, (i) – (iv) ovenfor, er det særlig de to siste, og da i særlig grad det siste (iv), fullstendighetsaksiomet, som kan diskuteres. Vi ser i vårt arbeid på en annen teori som fremkommer fra T;1 om (iv) fjernes og erstattes med de følgende aksiomer:

(v) Utsagnseksistensaksiomet. Dette uttrykker at for enhver mulig verden w finnes det et utsagn som er sant i w.

(vi) Negasjonsaksiomet. Dette sier at hvis x er et vilkårlig utsagn så finnes det alltid et annet utsagn som er sant i nøyaktig de verdenene hvor x ikke er sant.

(vii) Konjunksjonsaksiomet for utsagn. Dette uttrykker at dersom a er en vilkårlig mengde med utsagn finnes det alltid et utsagn som er sant i nøyaktig de og bare de verdenene hvor alle utsagnene i a er sanne.

(viii) Separabilitetsaksiomet. Dette sier at dersom w;1 og w;2 er to distinkte verdener finnes det alltid to utsagn som er logisk uforenelige og hvor det ene utsagnet er sant i w;1 og det andre er sant i w;2.

Vi kaller den nye teorien for T';1. I vårt arbeid viser vi at teorien T';1 er deduktivt ekvivalent med T;1.

Vi betrakter også en rekke teorier som er svakere enn T;1 og den ekvivalente teorien T';1. Først betraktes T;2 som er T';1 minus separabilitets-aksiomet og hvor vi også legger til en setning som sier at mengden av utsagn er minst tellbart uendelig. Dernest ser vi på teorien T;3 som er T;1 minus iden-titetsaksiomet for utsagn. Tilslutt betraktes T;4 som fremkommer fra T;2 ved å fjerne identitetsaksiomet for utsagn og hvor man i tillegg legger til visse nye ikke-logiske aksiomer som vi her ikke spesifiserer.

Siden teoriene T;2 – T;4 er svakere enn T;1 følger det fra det konsistens-resultatet som ble nevnt ovenfor at de er konsistente relativt til ZFC.

I Rognes [85b] viser vi nå det følgende: Det er mulig å angi en intepretasjonsfunksjon i;1 som avbilder alle teoremene i T;1 på dem i T;2 på en naturlig og ikke-triviell måte. Videre er det mulig å spesifisere en intepretasjonsfunksjon i;2 som avbilder ethvert teorem i T;1 på et teorem i T;3. Man kan også vise at i;1 avbilder ethvert teorem i T;3 på et teorem i T;4 og at I,2 avbilder ethvert teorem i T;2 på et i T;4. Intepretasjonsfunksjonene i;1 og i;2 er funksjoner som avbilder enhver formel i språket L;e[Δ;0] på en formel i dette språket selv og som ellers oppfyller visse krav som spesifiseres nærmere. De defineres in concretio. Disse intepretasjonsresultatene er ikke helt trivielle og de viser at den svakeste av teoriene ovenfor, T;4, i en viss forstand er like uttrykks-sterk, eller minst like uttrykkssterk som de øvrige teorier. (Resultatene har, uten sammenligning forøvrig, en viss analogi med den Gødelske intepretasjon av klassisk logikk inn i intuisjonistisk logikk.) Ved å gi passende definisjoner av grunnbegrepene i T;1 ved hjelp av grunnbegrepene i T;4 kan man vise at alle teoremene i T;1 kan utledes i T;4. Tilsvarende for de andre teoriene, T;2 og T;3.

I tillegg til disse resultatene viser vi i [85b] hvordan teorien T;1 kan reaksiomatiseres på en rekke forskjellige måter. Dessuten viser vi i detalj hvordan teorien om Boolske algebraer er relatert til den og hvordan en del resultater i Boolsk algebra kan brukes til å vise at en noe annen teori, hvor begrepet mulig verden ikke er primitivt, men defineres ved hjelp av begrepet utsagn, er ekvivalent med T;1.

I Rognes [85c] viser vi et mer spesielt resultat om intepretasjons-funksjonene i;1 og i;2.

Teorien T;1 er en generell teori om utsagn og mulige verdener. Det er ikke unaturlig å si at en teori er en hvilken som helst mengde av utsagn. T;1 kan derfor oppfattes som en generell teori om teorier, mao. som en generell vitenskapslogisk teori.

I tre andre arbeider Rognes [87b], [87c] og [87d] utvikler vi teorien T;1 videre. Tilsammen med arbeidet Rognes [85b] utgjør de et mer avrundet hele.

I Rognes [87b] innføres blandt annet den følgende rekke av predikater og det vises hvordan disse kan defineres ved hjelp av grunnbegrepene i T;1:

(1.1) "x er et utsagn som er en logisk konsekvens av utsagnet y"

(1.2) "x er et utsagn som er en logisk konsekvens av utsagnene i mengden y"
(1.3) "x er et utsagn som er ekvivalent med utsagnet y"
(1.4) "x er en mengde med utsagn som er ekvivalent med utsagnsmengden y.
(1.5) "x er en konsistent utsagnsmengde"
(1.6) "x er en maksimalt konsistent utsagnsmengde"
(1.7) "x er en fullstendig utsagnsmengde"
(1.8) "x er en uavhengig utsagnsmengde"
(1.9) "x er en utsagnsmengde der elementene er strengt uavhengige av hverandre."

Videre innfører vi og definerer hva som menes med det nødvendig sanne utsagn. Dette er det utsagnet som er sant i alle logisk mulige verdener. Vi definerer det kontradiktoriske utsagnet som det utsagnet som ikke er sant i noen logisk mulig verden. I tillegg til dette innfører vi de vanlige Boolske operasjoner på utsagn slik at vi i teorien kan tale om negasjonen av et utsagn, disjunksjonen og konjunksjonen av to utsagn samt disjunksjonen og konjunksjonen av utsagnene i en vilkårlig utsagnsmengde a. Videre defineres hva som menes med kondisjonalutsagnet som har utsagnet x som antesedent og utsagnet y som konsekvent. Det faktum at alle disse begrepene kan defineres tilfredstillende innenfor rammen av språket til T;1, og derfor også innenfor rammen av teoriene T;2 – T;4 samt de andre teoriene som ble diskutert i Rognes [85b] viser at språket har betraktelig uttrykkskraft. I Rognes [87b] går vi så videre og formulerer en rekke teoremer, i alt dreier det seg om ca. 33 satser, som karakteriserer de begrepene som er nevnt ovenfor og forholdet mellom dem. Ytterligere viser vi detaljert hvordan begrepsdannelsene ovenfor er relatert til dem som innføres i en del tidlige arbeider v Tarski om deduktivt lukkede setningssystemer, Tarskis systemkalkyle. Blandt de viktigste teoremene i [87a] nevner vi et generelt normalformsteorem for utsagn, samt en rekke satser som karakteriserer konsistente utsagnsmengder, uavhengige utsagnsmengder og strengt uavhengige utsagnsmengder.

I de to neste arbeidene som ble nevnt ovenfor, Rognes [87c] og Rognes [87d] utvikles teorien T;1 videre. I [87d] viser vi det følgende: La oss først med en universell basis for mengden av alle utsagn forstå en utsagnsmengde X som oppfyller de følgende to krav: (a) X er en strengt uavhengig utsagnsmengde.
(b) Den miste utsagnsmengen som inneholder X og som dessuten er lukket under negasjon og vilkårlig konjunksjon omfatter mengden av alle utsagn.

Det vi da i hovedsaken viser er at dersom det finnes en slik universell basis for mengden av alle utsagn så vil mengden av alle slike basiser være likemektig med mengden av utsagn. For det andre viser vi at den påstand at det finnes en slik universell basis for mengden av alle utsagn konsistent kan legges til de andre aksiomene i teorien T;1. De bevis vi leverer for disse satsene er av en nokså komplisert natur og representerer i egne øyne noe av det teknisk sett mer skarpsindige jeg har prestert. [87b] inneholder også en nærmere omtale av en filosofiske betydning til resultatene ovenfor.

I [87d] definerer vi innenfor rammen av teorien T;1 hva som menes med sannhets og usannhets-innholdet til en utsagnsmengde og foreslår en rekke formaliseringer av endel definisjoner Popper har foreslått av termen "Teorien $\Delta 1$ kommer nærmere sannheten enn teorien $\Delta 2$". På basis av teorien T;1 viser vi en rekke satser om sannhetsinnholdet og usannhetsinnholdet til utsagns-mengder og viser også resultater som synes sterkt å tyde på at

Poppers definisjon av den nevnte term er helt inadekvate. Også resultatene i dette arbeid skulle klart kunne belyse hva som kan utledes i T;1 og vise at denne teori er av relevans i vitenskapslogisk og vitenskapsfilosofisk sammenheng.

Arbeidene "Egenskaper. Del I" og "Egenskaper Del II. Bevis for teoremer", mao. Rognes [86a] og Rognes [87a], oppfatter jeg som sentrale i min egen produksjon. De bør leses i sammenheng med "En teori om presise deskriptive utsagn" og kan oppfattes som en videreføring av dette arbeidet. Del II må leses etter Del I fordi bevisene for de satsene som formuleres i Del I gis her. Vi nevner forøvrig at et sammendrag av teoriene som presenteres i de to arbeidene gis i Rognes [85d] og Rognes [85e].

Jeg skal her omtale visse trekk ved "Egenskaper Del I". I dette arbeidet formuleres i hovedsak tre teorier om egenskaper som vi kaller E;1, E;2 og E;3. Vi innskrenker oss her til kun å omtale E;3.

Vi så ovenfor at vi i tilknytning til vår teori om presise deskriptive utsagn arbeidet med et språk hvis primitive, ikke-logiske, predikater var de to mengdeteoretiske (1) og (2) ovenfor og som i tillegg inneholdt predikatene (4) – (6). I forbindelse med våre egenskapsteorier utvider vi dette språket med ytterligere tre predikater, nemlig:

(7) "x er en egenskap av grad y"
(8) "x er et mulig individ som har egenskapen y i verdenen z"
(9) "x er et logisk mulig individ"

"L;e" betegnet det vi kalte for språket for mengdelære. La oss betegne mengden som inneholder nøyaktig konstruksjonene (4) – (9) for Δ. Da betegner L;e[Δ] språket L;e med det ikke-logiske vokabularet utvidet med nøyaktig konstruksjonene i Δ. Siden språket L;e[Δ] er en utvidelse av språket til T;1 er det minst like uttrykkskraftig som dette. Når det gjelder E;3 er de ikke-logiske aksiomene i denne teorien alle dem som inngår i T;1 med tillegg av visse andre som vi straks skal omtale. Dette innebærer at alle de mengdeteoretiske aksiomene i ZFCu betraktet over språket L;e[Δ] er ikke-logiske aksiomer i teorien, videre de fire aksiomene (i) – (v) som ble nevnt i forbindelse med T;1. I tillegg inneholder E;3 de følgende aksiomer for predikatene (7) – (9) som vi formulerer i vanlig språk i det vi fortsetter med den nummereringen vi startet med i forbindelse med T;1:

(ix) Et aksiom som sier at hvis x er en egenskap av grad y så er y et naturlig tall som er større enn 0.
(x) Den neste grunnsetningen sier at om x er et mulig individ som har egenskapen y i verdenen z så er y en egenskap av en eller annen grad og z en mulig verden
(xi) La oss med ekstensjonen til en egenskap y i en logisk mulig verden z forstå klassen av alle de logisk mulige individene som har egenskapen y i verdenen z. Det tredje aksiomet sier da at dersom y er en egenskap er ekstensjonen til y i hver logisk mulig verden w en mengde.
(xi) Det fjerde aksiomet sier at hvis to egenskaper har sammenfallende ekstensjon i alle mulige verdener er de identiske.
(xii) Anta f er en funksjon som til enhver logisk mulig verden tilordner en mengde med mulige individer. Det femte aksiomet sier da at det til enhver slik funksjon f finnes en egenskap y hvor ekstensjonen til y i hver verden w sammenfaller med den mengde av mulige

individer som f tilordner w.

(xiii) Det sjette aksiomet uttrykker at dersom n er et naturlig tall større eller lik 1 så er y en egenskap av grad n hvis og bare hvis ekstensjonen til y i hver verden er en mengde av n-tupler av mulige individer.

(xiv) Helt tilslutt nevnes det at det syvende aksiomet i teorien sier at x er et logisk mulig individ hvis og bare hvis x er en entitet som er identisk med seg selv.

Dette avslutter vår beskrivelse av grunntrekkene i teorien E;3.

I "Egenskaper Del I – II" diskuterer vi så denne teorien mer utførlig. Jeg skal nevne noen temaer som tas opp.

Vi viser at teorien E;3 er en konservativ utvidelse av T;1 og også av det mengdeteoretiske systemet ZFCu. Dette innebærer at teorien E;3 er konsistent relativt til disse teoriene.

Vi viser hvordan de to andre teoriene vi nevnte, E;1 og E;2, er relatert til E;3 og hvordan de kan intepreteres inn i E;3. Dessuten viser vi at E;1 og E;2 er ekvivalente og gir i denne forbindelse en utførlig drøftelse av aksiomet (xii). Dette aksiomet spiller samme rolle i forbindelse med egenskaper som fullstendighetsaksiomet (iv) spiller i forbindelse med utsagn. Vi betrakter også forskjellige varianter av av teoriene E;1 og E;2 og drøfter muligheten av å redusere antallet primitive begreper i teoriene.

I forbindelse med disse egenskapsteoriene defineres en rekke viktige begreper. Blandt annet innfører vi Boolske operasjoner på egenskaper, definerer hva vi forstår med en rigid egenskap og hva som menes med instansen av en egenskap med hensyn på et objekt x. I denne forbindelse nevner vi at instansen av en egenskap y med hensyn på et objekt x er det utsagnet som sier at entiteten x har egenskapen y. Vi viser hvordan dette begrepet kan presist defineres innenfor rammen av E;3. Dette begrep er viktig fordi det tilveiebringer en sammenheng, et forbindelsesledd mellom de to mangfold – mangfoldet av egenskaper på den ene side og mangfoldet av presise deskriptive utsagn på den annen side. I tillegg til disse ting viser vi hvordan det kumulative mengdehierarki kan defineres i språket til teorien E;3 og definerer i denne forbindelse to nært relaterte hierarkier av egenskaper og forskjellige varianter av dem. Det dreier seg om det kumulative hierarkiet av rigide attributter og det kumulative egenskapshierarki. En rekke satser formuleres om disse hierarkier og beslektede begrepsdannelser og i Del II gir vi bevis for dem. Det bør også nevnes at vi i "Egenskaper. Del I" betrakter muligheten av å redusere E;3 til en teori der språket bare inneholder mengdeteoretiske predikater og predikatet "x er en mulig verden" og i noen grad diskuterer denne reduksjonen.

I arbeidet Rognes [88a] betrakter vi en alternativ aksiomatisering av teorien E;3 og viser at denne er ekvivalent med E;3. Vi diskuterer også muligheten av å gi en dypere begrunnelse for aksiomene (ix) – (xiv) ovenfor.

I Rognes [86e] betraktes visse sider ved ytterligere en variant av den egenskapsteorien vi har betraktet. Poenget her er dette: Man kan fjerne urmengdeaksiomet fra E;3 og erstatte dette me et som sier at alle egenskaper er ikke-mengder. Man får da en ny teori som er inkonsistent med E;3. Vi kaller den nye teorien for E;4. Problemet er så om denne teorien er konsistent relativt til noen av de mengdeteoretiske systemene som vi tidligere har undersøkt. Vi formulerer en intepretasjon av teorien inn i språket til et av disse mengdeteoretiske systemene og gjetter på at den overfører teoremene i E;4 på teoremer i dette mengdeteoretiske systemet. Det er etter min mening høyest sannsynlig at denne gjetningen lar seg bevise. I såfall er det mulig å gi et relativt konsistensbevis for E;4 relativt til ZFC utvidet med aksiomet

om at det finnes utilgjengelige kardinaltall. Denne siste påstanden begrunnes i artikkelen.

Vi har så langt kommentert de viktigste av de arbeidene jeg har skrevet i perioden 1985 – 1988. La oss nå gjøre rede for trekk ved de arbeidene som jeg har skrevet før dette tidspunkt. I denne forbindelse er det hensiktsmessig å komme med en rekke innledende bemerkninger.

Første-ordens språk er en type strukturer som er karakterisert ved sin enkle og vakre grammatikk som gir seg tilkjenne ved de regler etter hvilke formlene og termene i språket er bygget opp. For slike språk har man i Tarskis sannhetsteori en meget tilfredstillende teori om sannhet som på en gjennomsiktig og elegant måte viser hvordan sannhetsverdien, eventuelt ekstensjonen eller referansen til et sammensatt uttrykk av henger av sannhetsverdien, eventuelt ekstensjonen eller referansen, til de deluttrykk som inngår i det. Det er også velkjent, noe som ble nevnt tidligere, hvordan man for slike språk kan definere logisk sannhet og logisk konsekvens. Imidlertid er selvfølgelig ikke slike predikatlogiske språk den eneste type av språk, man kan også betrakte språk hvor man utvider disse språkene med andre typer konstruksjoner, f.eks. intensjonale konstruksjoner av forskjellig art.

La meg her ganske kortfattet fiksere noen tekniske begreper som er av betydning i det følgende.

Med en n-ær konstruksjon i et språk ($n \geq 0$) forstår vi en funksjon som til ethvert n-tuple av uttrykk i språket tilordner dette et uttrykk i språket. Uttrykket "ikke –" i et første-ordens språk vil f.eks. representere en unær konstruksjon fordi man får en setning i språket som resultat om en setning settes inn for streken "–". Uttrykket "Både – og –" vil representere en binær konstruksjon fordi man alltid får et nytt uttrykk i språket om man setter inn to uttrykk for henholdsvis den første og den andre forekomsten av "–". Endelig vil f. eks. allkvantoren, uttrykket "For alle objekter – er det slik at –" være en binær konstruksjon som til ethvert variabeltegn og enhver formel tilordner en formel, fordi man alltid, dersom man for henholdsvis den første og den andre forekomsten av "–" setter inn et variabeltegn og en formel får en formel som resultat.

Med en ekstensjonal konstruksjon forstår vi en konstruksjon hvor man alltid innenfor området til konstruksjonen kan erstatte koekstensjonale og koreferensielle uttrykk å få som resultat koekstensjonale uttrykk hvis konstruksjonen gir som resultat formler og koreferensielle uttrykk hvis konstruksjonen gir en termer som resultat. Med utgangspunkt i disse begrepene kan man si at alle de konstruksjonene som inngår i et første-ordens språk er ekstensjonale, dette gjelder kvantorene, de setningslogiske konnektivene, identitetspredikatet og de ikke-logiske predikatene.

Med en intensjonal konstruksjon forstår vi en konstruksjon som ikke er ekstensjonal. Blandt de intensjonale konstruksjoner synes det å være en rekke som har stor interesse fra en filosofisk synsvinkel. Man kan nevne konstruksjoner som har med nødvendighet og mulighet å gjøre, f.eks.:

(2.1) "Det er logisk nødvendig at F"
(2.2) "Det er logisk mulig at F"
(2.3) "Det er kausalnødvendig at F"
(2.4) "Det er kausalt mulig at F"

Videre en rekke såkalte "deontiske" operatorer:

(2.5) "Det er tillatt at F"
(2.6) "Det er påbudt at F"
(2.7) "Det er forbudt at F"

Ytterligere kan man nevne en rekke konstruksjoner som har med sanseiaktagelse, evidens, tro og viten å gjøre, for eksempel:

(2.8) "x ser at F"
(2.9) "x hører at F"
(2.10) "x merker at F"
(2.11) "x legger merke til at F"
(2.12) "x tror at F"
(2.13) "x vet at F"
(2.14) "x kan ta det for gitt at F"
(2.15) "Det er meningsløst å betvile at F"

De eksemplene som er nevnt her utgjør selvfølgelig bare et utvalg av alle de konstruksjonene som prinsipielt kunne nevnes.

Utvides nå et første-ordens språk med en eller flere av disse konstruksjonene får man det vi kaller et intensjonalt språk. Utvides f.eks. et første-ordens språk med konstruksjonsparet (2.1) og (2.2) og reglene for dannelse av velformede formler formuleres på forventet måte får man en type språk som kan kalles språk for modallogikk. Utvides det med konstruksjonene (2.3) og (2.4) får man et språk for kausallogikk, utvides det med konstruksjonene (2.12) og (2.13) får man et språk innenfor rammen av hvilket man kan formulere forskjellige epistemiske og doxastiske logikker, osv.

Forskjellige spørsmål av delvis filosofisk og delvis logisk art oppstår i forbindelse med intensjonale språk. Her nevner vi bare to: Det første spørsmålet er man for spesielle intensjonale språk, f.eks. modallogiske språk, kan definere på en tilfredstillende måte hva som menes med en logisk sannhet i et slikt språk og om det da er mulig å f.eks. aksiomatisere de logiske sannhetene. Det andre spørsmålet er om man kan bygge opp en tilfredstillende teori om sannhet for slike språk generelt eller for mer spesielle delklasser av slike språk. Det er selvfølgelig velkjent at en rekke logikere og filosofer har beskjeftiget seg med disse spørsmål. Vi nevner her pionerer som C.I. Lewis, Carnap, Church, Quine og von Wright som har gitt viktige bidrag. Videre kan nevnes de ytterst verdifulle og grunnleggende arbeidene som har blitt skrevet av f.eks. Kanger, Kripke, Hintikka, Scott, Montague og en lang rekke andre logikere og filosofer som har fulgt opp i forskjellige retninger som disse har pekt ut.

I Rognes [73b] studeres en semantisk teori for første-ordens språk utvidet med de to modal-operatorene (2.1) og (2.2) ovenfor som har blitt foreslått av Dagfinn Føllesdal i hans avhandling "Referential Opacity and Modal Logic" og i artikkelen "A model-theoretic approach to causal logic". For et språk av denne type definerer Føllesdal en klasse av modeller, som i visse henseende avviker noe fra de vanlige Kripke-modellene, og definerer presist hva som menes med at en formel i språket er gyldig i en slik modell. Ved å legge forskjellige krav på alternativ-relasjonen i modellene avgrenses forskjellige modellklasser. Betrakter man nå mengden av alle formler som er gyldige i alle modeller i en slik klasse representerer denne et modallogisk system og Føllesdal betrakter flere slike systemer. I mitt arbeide formulerer jeg aksiomatiske systemer som aksiomatiserer de av Føllesdal semantisk definerte systemer og gir detaljerte fullstendighetsbevis for mine aksiomatiseringer. Et karakteristisk trekk ved Føllesdals systemer er at nødvendighetsoperatoren ikke er interdefinerbar med mulighetsoperatoren på den måten som er vanlig i visse andre modallogiske systemer. I dette henseende er det visse likhetstrekk mellom Føllesdals systemer og logikken Q til A. Prior.

I Føllesdals systemer holder den vanlige substitusjonslov for identitet. Ved å endre

noe på Føllesdals modeller kan man også semantisk definere modallogikker hvor denne loven ikke holder generelt, men bare i ekstensjonale kontekster. Jeg gir også i Rognes [73b] aksiomatiseringer av disse logikkene og viser at de er fullstendige.

I Rognes [73a], "Undersøkelser i intensjonal logikk" tar jeg mitt utgangspunkt i en temmelig omfattende mengde med intensjonale språk. La oss med en n+1'ær intensjonal formeldannende konstruksjon forstå en konstruksjon i betydningen ovenfor som til enhver sekvens som består av n termer og en formel tilordner en formel. "Det er logisk nødvendig at F" vil da representere en unær konstruksjon av denne typen, "x tror ved tidspunktet y at F" vil representere en ternær intensjonal formeldannende konstruksjon i denne betydning.

Den klassen av intensjonale språk som vi betrakter kan da avgrenses ved å si at et språk L hører med til denne klassen hvis og bare hvis L fremkommer fra et første-ordens språk med funksjonssymboler og beskrivelsesoperator ved utvide det med en mengde n+1'ære intensjonale formeldannende konstruksjoner for ethvert $n \geq 0$. Utvides f.eks. språket til teorien T;1 som vi beskrev tidligere med konstruksjonene (2.1) – (2.15) for man et konkret eksempel på et språk i denne klassen.

Er nå L et språk i denne omfattende mengden definerer vi i arbeidet hva som menes med en modell for L og hva som menes med at en formel er gyldig i en slik modell. La oss betegne klassen av alle de modeller for L som vi definerer for M(L). Det bør nevnes at de modellene vi betrakter er av en noe annen art enn Kripke-modeller. Vi kaller dem med et teknisk uttrykk for "J;0-modeller". Klassen av alle de formler i L som er gyldige i alle J;0-modeller for L, dvs. i alle modeller i klassen M(L), utgjør en logisk teori i L. Vi viser i vår avhandling hvordan denne kan aksiomatiseres og gir et fullstendighetsbevis for denne minimal-kalkylen. I tillegg til dette, og det er mer vesentlig, viser vi hvordan denne minimalkalkylen generelt kan utvides, mao. vi gjør det følgende: Vi avgrenser en meget omfattende mengde av logikker i L, la oss kalle den K, og viser hvordan vi til enhver logikk S i denne klassen K kan avgrense en klasse av modeller X;S som er inkludert i M(L) slik at en formel i L er et teorem i S hvis og bare hvis den er gyldig i alle modellene i X;S. Det bør her nevnes at denne klassen K av logikker er såpass omfattende at den inneholder de modallogiske systemene K, S4, C, E og en lang rekke andre. Vi nevner også at den inneholder en stor delklasse av logikker for intensjonale operatorer hvor bevisbare ekvivalenter ikke uten videre kan substitueres for hverandre innenfor området til de intensjonale operatorene. Slike logikker synes å være av spesiell interesse i forbindelse med den logiske analyse av begreper som tro og viten og en lang rekke andre begreper som har med mental aktivitet og persepsjon å gjøre. En lang rekke andre emner tas opp i avhandlingen, blandt annet viser vi hvordan vår semantiske teori kan brukes til å vise at Craigs interpolasjonsteorem holder for en temmelig omfattende mengde med intensjonale logikker.

I Rognes [74a] viser vi en rekke fullstendighetsresultater for kalkyler som er nær relatert til endel av dem som har blitt fremlagt i [73a]. Det karakteristiske ved endel av disse logikkene er at man kan vise at de ikke er kompakte, men at de likevel er formel-komplette. Fra en teknisk synsvinkel oppfatter jeg dette som noe av det mer skarpsindige jeg har vært i stand til å produsere.

Det gjenstår å si noe om de to arbeidene "Studier i semantikk og erkjennelses-teori. Del I – II", mao. Rognes [78a] og Rognes [78b]. Jeg ser på disse to arbeidene som mine mest originale, dristige og omfattende verker, men samtidig som dem som er mest utilgjengelige og symboltynget og som vel bare vil bli lest av de mest iherdige entusiaster utrustet med helt spesiell tålmodighet. Endel av arbeidene etter 1985 kan oppfattes som forsøk på å utvikle videre fragmenter av de teorier som presenteres her.

I "Studier i semantikk og erkjennelsesteori. Del I" tar vi vårt utgangspunkt i et første-ordens språk som er en utvidelse av språket for mengdelære, L;e, med en lang rekke nye ikke-logiske predikater, slik at det ikke-logiske vokabularet til språket, la oss kalle det L;A, blir svært rikholdig. Vi skal omtale et lite utsnitt av de konstruksjonene det dreier seg om.

Ved siden av de rent mengdeteoretiske predikatene (1) og (2) som ble nevnt ovenfor inneholder det ikke-logiske vokabularet til L;A for det første en rekke predikater som gjør det mulig å uttrykke en rekke påstander av ontologisk natur. Vi nevner blandt annet de følgende predikater: "x er en logisk mulig verden", "x er en verden", "x er et mulig individ", "x er en entitet som eksisterer i verdenen y", "x er den aktuelle verden". For det andre inneholder språket en rekke predikater som gjør det mulig å uttrykke generelle, såvel som mer spesielle, forhold om språk og syntaktiske forhold ved språk. Vi nevner i denne forbindelse at de følgende predikater inngår i det ikke-logiske vokabularet til L;A: "x er et språk", "x er et uttrykk i språket y", "x er en konstruksjon i språket y", "x representerer en formalisert versjon av et fragment av språket y". For det tredje inneholder L;A en rekke predikater som gjør det mulig å uttrykke en rekke påstander om sannhet, referanse, ekstensjon og mening i såvel språk generelt som i tilknytning til språk av en mer formalisert natur. Disse predikatene gjør det mao. mulig å omtale forholdet mellom språk og virkelighet. I denne forbindelse kan man blandt annet nevne de følgende konstruksjoner: "x er sann i språket y", "x er sann i språket y relativt til verditilordningen z og verdenen y", "x er ekstensjonen til uttrykket y i språket z", "x er referansen til uttrykket y i språket z", samt en rekke andre av beslektet natur. En oversikt over vokabularet til språket L;A er forøvrig gitt i Appendix I i "Studier i semantikk og erkjennelses-teori. Del I".

I dette meget rike språk formulerer vi så i første omgang en første-ordens teori T;A. De ikke-logiske aksiomene i denne teorien kan inndeles i hovedsakelig fire klasser: (a) Visse mengdeteoretiske aksiomer. Vi har her benyttet et vanlig standardsett for Zermelo- Fraenkel mengdelære, ZFC, og betegner dem A0 – A10. (b) En klasse med aksiomer for de "syntaktisk-lingvistiske " konstruksjonene vi omtalte ovenfor: H1 – H12. (c) Visse aksiomer for de predikatene som har med mulige verdener å gjøre. Disse omtales som de "ontologiske" aksiomene. I alt dreier det seg om ti stykker og vi betegner dem med On1 – On10. (d) En rekke aksiomer for de sannhetsteoretiske, referanseteoretiske og semantiske konstruksjonene i språket. Disse betegnes med Sm1 – Sm26 og FSm1 – FSm14. I Del I, Kapittel 0 – 2 spesifiserer vi disse aksiomene helt detaljert og gir en fullstendig formell og eksakt definisjon av teorien T;A. Vi betrakter også, og definerer eksakt, en rekke varianter av T;A. Disse betegnes T;B, T;C, T;D og T;A*, T;B*, T;C*, T;D*. Disse fremkommer ved forskjellige endringer i de semantiske og ontologiske aksiomene.

Endel av innholdet i Del I kan nå sammenfattes i de følgende punkter:
Vi viser hvordan man innenfor rammen av T;A kan utvikle en generell teori om en meget omfattende klasse av intensjonale språk som er meget større enn den vi nevnte tidligere i forbindelse med omtalen av Rognes [73a]. Språk av denne typen ble først innført av Scott og en rekke trekk ved de teorier vi betrakter er dypt influert av Scotts arbeider og forøvrig de arbeider han i sin tur bygger på. For disse språk utvikler vi så detaljert en teori om deres syntaktiske og semantiske egenskaper. Det er f.eks. mulig utvikle en teori om sannhet, mening, ekstensjon og referanse for språk av denne typen innenfor rammen av T;A.

Videre viser vi hvordan man i språket til T;A kan definere en rekke hierarkier av intensjonale objekter og også hierarkier av intensjonale objekter som er finere individuert, det vi kaller "ultraintensjoner". I tilknytning til disse hierarkier formulerer vi en semantisk teori for høyere ordens språk som viser hvordan man i disse kan gjenspeile strukturen i de objekthierarkier vi definerer. I denne forbindelse kan det også nevnes at vi formulerer en modallogisk, eller man kunne også kalle det en attributt-teoretisk, versjon av det

mengdeteoretiske systemet ZFC og formulerer en semantisk teori for dette system. Tilslutt nevner vi at vi innenfor rammen av T;A viser hvordan en rekke begreper av vitenskapslogisk interesse kan defineres og hvordan man på basis av teoriens aksiomer kan utvikle satser om disse begreper.

I "Studier i semantikk og erkjennelsesteori. Del II" utvider vi språket L;A med ytterligere primitive predikater slik at vi nå får et språk innenfor hvilket vi kan omtale forhold som har med tro, viten, iaktagelse og en rekke andre emner å gjøre. Vi utvider også teorien T;A* i Del I med nye antagelser om de nye ikke-logiske predikatene slik at vi får en mer omfattende teori. Denne teorien defineres helt formelt og presist.

I denne utvidelsen av T;A* formulerer og beviser vi en rekke satser om preferanserelasjoner. Dernest går vi videre og formulerer en rekke preferanselogiske systemer. Vi gir så bevis detaljerte bevis for at disse systemene er fullstendige og avgjørbare. Videre etablerer og bygger vi opp på grunnlag av disse preferanseteoretiske systemene en generell teori om aksepterbarhet av relevans for induktiv logikk. Vi går også videre og formulerer en generell teori om viten, tro og persepsjon.

I arbeidet tar vi også opp en rekke emner av rent vitenskapsteoretisk interesse. Innenfor den rammen som ble skissert ovenfor bygger vi også opp en teori om vitenskapelige forklaringer, videre en teori om evidens, bevis og begrunnelse. Endelig kan det nevnes at den mest omfattende utvidelsen av T;A* innenfor hvilken vi betrakter de teorier vi antydet ovenfor blir bevist å være konsistent relativt til T;A*

På dette punkt kan det være passende å nevne at vi også har beskjeftiget oss noe med studiet av visse ikke-klassiske logikker, nærmere bestemt visse treverdige logikker. De arbeidene som tar opp disse temaene er Rognes [88b] og Rognes [89]. Når det gjelder innholdet i disse skriftene henviser vi leseren til de innledende avsnitt i Rognes [88b].

Så langt har de arbeidene som har blitt skrevet inntil 1990 blitt omtalt. Det kan være av interesse å omtale hovedinnholdet i de arbeidene som har blitt skrevet etter dette tidspunkt og si noen ord om hvordan de er relatert til mine tidligere arbeider. Etter 1990 dreier det seg hovedsakelig om arbeider som har med handlingsteori, etikk og verditeori å gjøre.

Når det gjelder handlingsteori er de relevante arbeidene, Rognes [94a], "En teori om handlinger og handlingsalternativer. " og, Rognes [94b], "Determinisme og frihet. Noen logiske betraktninger. "

Emner som har med etikk å gjøre tas opp i Rognes [80a] "Livsløp, utvalgs-strukturer og ordningsrelasjoner. ", Rognes [90], "En generell teori om etiske normer. ", Rognes [95b] "Formalisering av en teori om etisk relevant likhet og forskjell. " og Rognes [96b], "Formalisering og diskusjon av en konsekvensetisk teori. ".

Endelig behandles noen verditeoretiske emner i Rognes [97b], "Indre etisk verdi. Det preferanselogiske systemet AX0 og noen beslektede kalkyler. "

La oss starte med en omtale av Rognes [94a].

I dette arbeidet fremstiller vi hovedtrekkene i en teori om handlinger og handlingsalternativer. Teorien er av en tentativ karakter og det blir gitt en fullstendig, formell og eksplisitt fremstilling av den.

Det er to hovedgrunner til at vi har forsøkt å utforme en helt eksplisitt teori om handlingsalternativer: Det synes å være et vanlig synspunkt innen etikken at man bør velge det alternativ blandt alle dem som står åpne for en ved et gitt tidspunkt som etisk sett er best, og hvis det eventuelt er flere alternativer som står åpne og som er like gode synes det fra en

etisk synsvinkel å være slik at man er forpliktet til å velge et av disse likeverdige alternativene. Spørsmålet oppstår derfor når et alternativ etisk sett er bedre enn et annet, videre om f. eks. når et alternativ skal oppfattes som etisk sett påbudt, forbudt eller tillatt. Å si noe klargjørende om dette, - hvis det da i det hele tatt er mulig -, er en av etikkens oppgaver og vi skal ikke beskjeftige oss med det her. Men det synes nærliggende i en slik forbindelse å se litt nærmere på det man som fra en etisk synsvinkel bør velge mellom og kanskje faktisk velger mellom, nemlig handlingsalternativene. Det er delvis av denne grunn at vi her tar opp spørsmålet om hva et handlings-alternativ er og forsøker å formulere en teori om dette.

Det er også en annen grunn til å ta opp spørsmålet om handlingsalternativer. Det synes ikke helt søkt å hevde at hvis to eller flere handlingsalternativer står åpne for en person ved et gitt tidspunkt så må det være slik at det står i denne personens makt å realisere såvel det ene som det andre av disse alternativene. Mao. , er to eller flere handlingsalternativer åpne for en person synes det å følge at vedkommende kan velge fritt mellom dem, og omvendt virker det rimelig å hevde at dersom en person kan velge fritt i en gitt situasjon så må minst to handlingsalternativer stå åpne for vedkommende. Det synes således å være en viss sammenheng mellom handlingsalternativer og frihet. Det virker derfor naturlig å tro at dersom man kan kaste noe lys over det første vil man også kunne kaste noe lys over det siste. Disse overveielser utgjør selvfølgelig også et motiv for å formulere en teori om handlingsalternativer.

La oss nå, etter disse innledende bemerkninger, gi et resymé av de viktigste trekkene ved teorien. Vi betegner denne teorien med "HT". Språket til teorien er språket til teorien E;3 utvidet med de følgende nye predikater som ikke-logiske predikater:

(11) "x er en mulig person".
(12) "x er et tidspunkt".
(13) "x er et tidspunkt som kommer før tidspunktet y".
(14) "x er et utsagn som beskriver et forhold som y realiserer i verdenen w".
(15) "x er et utsagn som beskriver et forhold som det står i y´s makt å realisere relativt til tidspunktet t i verdenen w".

Når det gjelder selve teorien er denne en første-ordens teori i dette språket, la oss kalle det L, som inneholder alle ZFC-aksiomene i L, videre alle de ikke-logiske aksiomene i teorien E;3, som ikke er av en mengdeteoretisk eller rent logisk natur, og som videre inneholder en rekke nye ikke-logiske aksiomer. Disse skal vi ikke spesifisere detaljert her. Vi innskrenker oss til å gi en uformell redegjørelse for dem.

Teoriens hovedtanke kan fremstilles på den følgende måte. Vi gir først to definisjoner: Med en teorifamilie over en mengde forstår vi en funksjon som til hvert element i mengden tilordner en mengde med utsagn. Vi gjør oppmerksom på at vi her med en teori mener en hvilken som helst mengde med utsagn. Med konsekvenssystemet til et utsagn a forstår vi mengden av alle de utsagn som logisk sett er implisert av a. La oss med *handlingspotensialet* til en person ved et gitt tidspunkt t i en logisk mulig verden w forstå teorifamilien som til ethvert utsagn som beskriver et forhold som det står i personens makt å realisere fra og med tidspunktet t i denne verdenen w, tilordner konsekvenssystemet til dette utsagn. Med en *basis* for en teorifamilie forstår vi en ikke-tom delmengde av teoriene i familien som oppfyller de følgende krav: For det første skal alle teoriene i delmengden være innbyrdes logisk uforenlige. For det andre skal enhver teori i familien være implisert av en eller annen teori i delmengden. For det tredje skal det ikke finnes noe teori i mengden som

strengt impliserer noe teori i delmengden. At en teori strengt impliserer en annen innebærer da at den første impliserer den andre, men at den andre ikke impliserer den første.

Det kan bevises at hvis en teorifamilie har en basis er denne entydig bestemt.

Teorien inneholder to hovedpåstander: Den første er at dersom handlingspotensialet til en person relativt til et gitt tidspunkt t i en mulig verden w er ikke-tomt finnes det en basis for dette handlingspotensiale. Den andre påstanden er at et handlingsalternativ som står åpent for en person ved et gitt tidspunkt i en bestemt mulig verden er et element i den teorimengden som er en basis for personens handlingspotensial ved dette tidspunkt i denne verden, og omvendt,- dersom noe, la oss si h, er et element i den teorimengden som er en basis for personens handlingspotensial ved et gitt tidspunkt i en bestemt mulig verden så er dette h et handlingsalternativ som står åpent for vedkommende ved dette tidspunktet i denne mulige verden. Det følger fra denne påstand at et handlingsalternativ er en teori i den betydning som ble fastlagt ovenfor.

La oss med den totale livsløpsbeskrivelse til en person i en logisk mulig verden forstå klassen av alle de utsagn som beskriver forhold som personen realiserer i denne verden. Ved siden av hovedpåstandene som så er langt nevnt inneholder teorien også en rekke antagelser om den totale livsløpsbeskrivelse til en person i en gitt mulig verden. For det første påstår teorien at hvis et utsagn er med i den totale livsløpsbeskrivelse til en person i en mulig verden så er også ethvert utsagn som er implisert av dette utsagn med i denne totale livsløpsbeskrivelse. For det andre påstår teorien at om en mengde med utsagn er inkludert i den totale livsløpsbeskrivelse til en person i en mulig verden så er konjunksjonen av alle utsagnene i denne mengden et element i den totale livsløpsbeskrivelse. Disse to påstander innebærer at den totale livsløpsbeskrivelse til en person i en mulig verden utgjør det man kan kalle en deduktivt lukket utsagnsmengde. For det tredje påstår teorien at den totale livsløpsbeskrivelse til en person i en mulig verden utelukkende inneholder utsagn som er sanne i denne verden.

Teorien hevder videre at det er en viss sammenheng mellom handlingsalternativer og livsløpsbeskrivelse. For det første sier teorien at av alle de handlingsalternativer som står åpne for en person ved et bestemt tidspunkt i en logisk mulig verden w vil konjunksjonen av et av dem være med i livsløpsbeskrivelsen til personen i denne verdenen. For det andre hevder teorien at hvis h er et handlingsalternativ som står åpent for en person ved et gitt tidspunkt i en logisk mulig verden w finnes det alltid en, - muligens distinkt -, verden w' hvor personen har de samme handlingsalternativer ved tidspunktet som i w og hvor konjunksjonen av h er med i den totale livsløpsbeskrivelse til personen i verdenen w'.

I tillegg til de påstandene som så langt er nevnt inneholder også teorien endel setninger som sier noe mer om det vi kan kalle handlingsmulighetene til et individ ved et bestemt tidspunkt i en mulig verden. Med handlingsmulighetene til et individ ved et gitt tidspunkt i en bestemt mulig verden forstår vi mengden av alle de utsagn som beskriver forhold det står i dette individs makt å realisere relativt til dette tidspunktet i denne mulige verdenen. Den viktigste påstand i denne forbindelse er at om et utsagn x er med i handlingsmulighetene til en person ved et gitt tidspunkt er også alle mulige utsagn som er implisert av x med blandt disse handlingsmulighetene. Dermed har vi faktisk gjort rede for visse hovedtrekk ved teorien.

Rognes [94b], "Determinisme og frihet", behandles det tema som antydes av tittelen, nemlig forholdet mellom determinisme og frihet. La oss først gjøre noe mer presist rede for problemstillingen i dette arbeidet. Uttrykket "deter-minisme" er ikke spesielt klart, men det virker ikke helt urimelig å si at
determinisme er det synspunkt at alt som skjer er bestemt i overenstemmelse med strenge naturlover. Et problem som oppstår er om dette synspunkt logisk sett er logisk sett forenelig

med den påstand at mennesket er fritt. Det er dette forenlighetsproblem som vi hovedsakelig skal drøfte i dette arbeidet.

Spørsmålet kan også formuleres på den følgende måte: La oss kalle setningen "Alt som skjer er bestemt i overenstemmelse med strenge naturlover." for D, og la oss kalle setningen "Minst en person kan velge fritt ved et eller annet tidspunkt" for F. Spørsmålet er da om setningen D er logisk sett forenelig med setningen F.

Dette spørsmål er neppe så lett å besvare om man ikke forsøker å klargjøre ytterligere innholdet i de to setningene. La oss forkorte konstruksjonen "Alt som skjer i den logisk mulige verden w er bestemt i overensstemmelse med strenge naturlover" med uttrykket "D(w)" og la oss forkorte predikatkonstruksjonen "x er en person som kan velge fritt ved tidspunktet t i den logisk mulige verden w" med "Fri(x,t,w)". La oss tilslutt bruke "a;0" som forkortelse for termen "den verden som faktisk foreligger realisert". [1] Setningen D kan da formaliseres ved hjelp av formelen "D(a;0)", dvs. at alt som skjer i den verden som faktisk foreligger realisert er bestemt i overensstemmelse med strenge naturlover. Innholdet i setningen F, som sier at minst en person kan velge fritt ved et eller annet tidspunkt i den verden som foreligger realisert, kan uttrykkes konsist ved den følgende formel:

(Ex)(Et)(Fri(x,t,a;0)).

Det problem som vi stiller kan da formuleres slik: Er setningen D(a;0) logisk sett forenelig med setningen (Ex)(Et)(Fri(x,t,a;0))?

Problemet kan imidlertid neppe behandles på noen særlig opplysende måte om man ikke forsøker å definere predikatene "D(w)" og "Fri(x,t,w)" på en mer presis måte. I dette arbeidet betrakter vi derfor en rekke mulige eksplikasjoner de to nevnte predikater innenfor rammen av en presist formulert første-ordens teori som vi vil kalle DF.

La oss på dette punkt si noen ord om denne teorien DF. DF er en utvidelse av første-ordens teorien E;3 om egenskaper, utsagn og mulige verdener som er definert og undersøkt i våre arbeider "Egenskaper Del I" og "Egenskaper Del II. Bevis for teoremer.". La oss her bemerke at teorien E;3 i sin tur er en utvidelse av det mengde-teoretiske systemet ZFCu som idet vesentlige er Zermelo-Fraenkel-systemet for mengdelære, men modifisert slik at det tillater eksistensen av såkalte urindivider. Språket til teorien DF kaller vi L(DF). Dette språket er språket L(E;3), språket til teorien E;3, utvidet med de følgende nye ikke-logiske primitive predikater, nemlig (11) – (15) ovenfor, samt:

(16) "w er den aktuelle verden ".
Denne konstruksjonen forkorter vi med "Aktuell(x)"

(17) "x er en totaltilstand som foreligger realisert i verdenen w ved tidspunktet t"
Denne konstruksjonen forkorter vi med "TL(x,w,t)".

(18) "x er en kausallov som gjelder i verdenen w"
Denne konstruksjonen forkorter vi med "CLov(x,w)"

(19) "x er et reelt tall som angir avstanden mellom tidspunktet t;1 og tidspunktet t;2 "
Denne konstruksjonen forkorter vi med: "Dist(x,t;1,t;2)"

---

[1] Med en n-ær konstruksjon forstår vi en funksjon som til ethvert n-tuple av uttrykk tilordner et uttrykk.

(20) "y er et utsagn som beskriver et forhold som x fatter en beslutning om å realisere ved tidspunktet t i verdenen w".
Dette predikatet forkorter vi med "Besl(y,x,t,w)"

Når det gjelder selve teorien DF er denne en utvidelse av teorien E;3 hvor man har utvidet språket til L(DF) og ytterligere lagt til alle de ikke-logiske aksiomene i teorien HT som ble spesifisert i Rognes [84a] samt en rekke nye aksiomer for predikatene (16) – (20). Når det gjelder "tidspredikatene", (12), (13) og (19), dreier det seg om visse setninger som betegnes T1 – T7. I forbindelse med konstruksjonen (16) tar vi med to temmelig opplagte aksiomer, nemlig et som sier at det finnes en og bare en entitet som er den aktuelle verden og ett som sier at denne entiteten er en logisk mulig verden. Når det gjelder konstruksjonen (17) formulerer vi syv aksiomer. Disse betegnes med TL1 – TL7. Endelig tar vi med to aksiomer CL1 og CL2 som karakteriserer predikatet (18) og endelig ett, Q1, som angår predikatet (19). Siden det her bare er tale om å gi en skisse av innholdet i Rognes [94b] vil det føre for langt å gi noe detaljert resymé av hva de enkelte aksiomene uttrykker i vanlig hverdagsspråk. Vi har imidlertid med dette gitt leseren et visst bilde av hvordan teorien er bygd opp og til en hvis grad hvordan den er relatert til andre teorier vi har formulert og studert.

Vi vender nå tilbake til spørsmålet om definisjoner av predikatet "D(w)". Dette predikatet er naturligvis temmelig uklart. Det kan derfor presiseres i en rekke forskjellige retninger. Ved hjelp av predikatene i det ikke-logiske vokabularet i L(DF) gir vi helt eksplisitte definisjoner av de følgende uttrykk: (i) "Δ er en deterministisk teori verdenen w", (ii) "Δ er en deterministisk teori i verdenen w med parameter a", (iii) "Δ er en deterministisk teori", (iv) " Δ er en deterministisk teori i verdenen w relativt til tidspunktet t", (v) "Δ er en strengt deterministisk teori" og (vi) "Δ er en svakt deterministisk teori i verdenen w". Dette skjer i detalj i §8 hvor vi gir og motiverer definisjonene. Ved hjelp av disse definerte predikatene kan så predikatet, D(w), "w er en mulig verden hvor alt som skjer er bestemt i overenstemmelse med strenge naturlover" presiseres i minst seks forskjellige retninger. Man kan med "D(w)" mene det samme som "Det finnes en utsagnsmengde Δ som er en deterministisk teori i verdenen w". Eller man kan med "D(w)" mene det samme som med uttrykket "Det finnes en utsagnsmengde Δ og et reelt tall a>0 slik at Δ er en deterministisk teori i verdenen w med parameter a". Videre kan man med "D(w)" mene det samme som "Det finnes en utsagnsmengde Δ hvor alle utsagnene er sanne i verdenen w og hvor Δ er en deterministisk teori". Det er også tre andre muligheter om vi holder oss til listen ovenfor: "D(w)" kan presiseres i retning av "Det finnes en utsagnsmengde Δ hvor alle utsagnene er sanne i verdenen w og hvor Δ er en strengt deterministisk teori". Eller det kan presiseres i retning av "Det finnes en utsagnsmengde som er en deterministisk teori i w relativt til et eller annet tidspunkt". Endelig kan uttrykket presiseres i retning av "Det finnes en utsagnsmengde som er en svakt deterministisk teori i w".

Hvis man ønsker å diskutere spørsmålet om foreneligheten av determinisme og frihet etter de retningslinjer som er gitt ovenfor er det imidlertid også nødvendig å presisere meningsinnholdet til predikatet "Fri(x,t,w)", "x kan velge fritt ved tidspunktet t i verdenen w" innenfor rammen av språket L(DF). Dette blir gjort i Rognes [94b]. Vi drøfter her fire mulige definisjoner av dette predikatet slik at det får en presis mening innenfor rammen av teorien DF.

Tenker man seg at "I" betegner klassen av mulige verdener og ê betegner medlemskapsrelasjonen kan den logiske forenelighet mellom det utsagn at alt som skjer er bestemt i overensstemmelse med strenge naturlover og det utsagn at minst en person ved et eller annet tidspunkt kan velge fritt uttrykkes ved den følgende formel:

(1) (Ew)(wêI & D(w) & (Ex)(Et)(Fri(x,t,w)))

Negasjonen av denne tese – at determinisme er uforenelig med frihet – kan uttrykkes ved:

(2) (Aw)(wêI->(D(w) -> ¬(Ex)(Et)(Fri(x,t,w))))

De forskjellige definiensuttrykk i de seks definisjonene vi nevnte ovenfor av predikatet "D(w)" og de tilsvarende definiensuttrykk i de fire definisjonene vi nevnte i forbindelse med predikatet "Fri(x,t,w)" er alle formler i språket til teorien DF, L(DF). Tenker vi oss derfor at vi velger ut en av de seks definisjonene av "D(w)" og en av de fire definisjonene av "Fri(x,t,w)" og benytter dem i forbindelse med (1) og (2), vil disse to tesene kunne omformes til formler i L(DF).

På basis av de aksiomer som inngår i teorien DF, slik vi definerer denne teorien i vårt arbeid viser det seg imidlertid at man i denne teorien hverken kan bevise (2) eller negasjonen av (2) uansett hvordan denne presiseres på basis av de definisjonene vi nevnte ovenfor. Spørsmålet oppstår derfor om man kan formulere noen plausible setninger i L(DF) som sammen med de øvrige ikke-logiske aksiomene i DF impliserer noen av de presiseringer vi har antydet av (2). Vi formulerer en rekke slike setninger, hvorav de viktigste er fem som betegnes "C1" - "C5". Vi forsøker også å klargjøre de viktigste logiske implikasjons-forholdene som består mellom disse setningene og som kan vises innenfor rammen av teorien DF.

Vi formulerer og beviser en rekke setninger i teorien DF om inkompa-tibiltet mellom frihet og determinisme. Disse teoremene utgjør hoved-resultatene og kaster lys over hvilke av presiseringene av inkompatibilitets-tesen (2) som holder alt ettersom hvilke av setningene C1 – C5 man aksepterer.

Arbeidet Rognes [80a] består av to deler. I den første delen av arbeidet gis en detaljert fremstilling av en teori som det ikke er så lett å gi noe helt treffende navn, men som her vil bli kalt "Teorien om mulige livsløp", forkortet "TML".
I den andre delen av arbeidet undersøkes og bevises fullstendigheten til en rekke preferanselogiske systemer som er relatert til teorien i den første delen, men som også er relatert til akseptanseteorien i Rognes [78b]. Når det gjelder disse preferanselogiske systemene skal vi ikke gi oss inn på noen kortfattet redegjørelse for dem her.

Teorien TML er en første-ordens teori som er en utvidelse av teorien T;1, teorien om presise deskriptive utsagn, som er beskrevet detaljert og utførlig i Rognes [85b]. En fullstendig presis definisjon av teorien TML vil være gitt om vi angir nøyaktig hvilke ikke-logiske predikater som inngår i språket til den og nøyaktig hvilke ikke-logiske aksiomer som inngår i den. Når det gjelder språket til teorien er dette det første-ordens språket man får når man utvider språket til teorien T;1 med de følgende ikke-logiske predikater:

(21) "h er et handlingsalternativ som står åpent for x ved tidspunktet t i verdenen w" – "Alt;w(h,x,t)"
(22) "h;1 er et handlingsalternativ som er minst like bra som h;2 for x ved tidspunktet t i verdenen w" – "Mb;<w,x,t>(h;1,h;2)"
(23) "h er et handlingsalternativ som x realiserer fra og med tidspunktet t i verdenen w" – "Re;w(h,x,t)"
(24) "w;1 er en mulig verden som er minst like bra som verdenen w;2" – "Br(w;1,w;2)"
(25) "Verdenen w;1 er historisk identisk med verdenen w;2 opp til og inkludert tidspunktet t" – "Hist;t(w;1,w;2)"
(26) "t er et tidspunkt" – "Tp(t)"
(27) "t er et tidspunkt som kommer før tidspunktet t' " – "t<t'"

Vi skal imidlertid først gjøre et forsøk på å gi et sammendrag av teorien på en mer uformell måte, uten spesiell bruk av formalisering, og herunder forsøke å få frem hva som er poenget med den. La oss først gi en oversikt over de viktigste grunnbegrepene i teorien.

Vi tar vår utgangspunkt i en mengde med mulige verdener I. Det er tanken at I er mengden av alle logisk mulige verdener. Videre tenker vi oss at T er mengden av alle tidspunkter og at disse er ordnet lineært og tett ved hjelp av relasjonen "t er et tidspunkt som kommer før tidspunktet t'". Klassen av tidspunkter og ordningsrelasjonen mellom dem forutsettes i dette arbeidet å være invariant med hensyn på de logisk mulige verdenene. Når det gjelder de mulige verdenene impliserer teorien at det for hvert tidspunkt t kan være slik at at det finnes to mulige verdener hvor nøyaktig det samme har skjedd opp til og inkludert tidspunktet t, med andre ord, som er historisk identiske opp til og inkludert tidspunktet t. I teorien TML antas det at relasjonen: "w er historisk identisk med w' opp til og inkludert tidspunktet" er en ekvivalensrelasjon over mengden av de logisk mulige verdenene.

Ved siden av mengden av mulige verdener, klassen av tidspunkter, ordningsrelasjonen "kommer før" mellom tidspunktene, og relasjonen historisk identitet, inngår ytterligere noen grunnbegreper i teorien: Vi antar at dersom x er en person, t et tidspunkt og w en logisk mulig verden så finnes mengden av alle de handlingsalternativene som står åpne for x ved tidspunktet t i verdenen w. Mengden av alle de handlingsalternativene som står åpne for x ved tidspunktet t i verdenen w betegnes med "A;(x,t)(w)". Av alle de handlings-alternativene som står åpne for en person vil det være ett som vedkommende realiserer. Relasjonen "h er et handlingsalternativ som x fra og med tidspunktet t realiserer i verdenen w" er derfor et grunnbegrep i den teorien som fremlegges her. Et annet viktig grunnbegrep er den relasjonen som består mellom to handlingsalternativer h;1 og h;2 hvis og bare hvis h;1 er et handlingsalternativ som det er minst like bra at x realiserer i verdenen w fra og med tidspunktet t som alternativet h;2. Endelig antas det også at de logisk mulige verdenene kan ordnes med hensyn på relasjonen "minst like bra som". Denne relasjonen mellom verdenene tas også som et primitivt begrep og den betegnes med "B". Det drøftes om det er rimelig å anta at denne relasjonen ikke bare er en preordning, men også en total preordning, dvs. en preferanserelasjon over mengden av mulige verdener. Dermed har vi gitt en oversikt over de viktigste grunnbegrepene i TML.

La oss nå se på de mer grunnleggende teoretiske påstandene som inngår i teorien. Når det gjelder handlingsalternativer antar teorien det følgende: Er h et handlingsalternativ som står åpent for x ved tidspunktet t i verdenen w så vil også h være et handlingsalternativ som står åpent for x ved t i enhver verden som er historisk identisk med w opp til, og inkludert, tidspunktet t. For det andre postulerer teorien at dersom to handlingsalternativer som står åpne for x ved tidspunktet t i verdenen w er distinkte, finnes det ingen logisk mulig verden hvor x fra og med tidspunktet t realiserer begge alternativene. Videre antar teorien at dersom h er et handlingsalternativ som står åpent for x ved tidspunktet t i verdenen w finnes det en eller annen logisk mulig verden som er historisk identisk med w opp til og inkludert tidspunktet t og hvor det er slik at x realiserer h fra og med tidspunktet t. Endelig er det en grunnleggende påstand i teorien at dersom det finnes handlingsalternativer som står åpne for x ved tidspunktet t i en verden w så er det slik at x realiserer et eller annet av disse alternativene som er åpne fra og med t i denne verdenen w.

Når det gjelder relasjonen "minst like bra som" mellom handlings-alternativer som står åpne for x ved tidspunktet t i en verdenen w er det en grunnpåstand i teorien at denne relasjonen er refleksiv og transitiv, mao. en preordning. Vi diskuterer imidlertid også om det ikke kan være rimelig å anta at den er total. Videre antas det i teorien at det følgende holder

om denne relasjonen: Er påstanden at h;1 et handlingsalternativ som er minst like bra for x ved t i verdenen w som h;2 sann så er også den tilsvarende påstand, nemlig den man får når w erstattes med en annen verden w' som er historisk identisk med w opp til og inkludert tidspunktet t, sann.

Vi har nå gitt en uformell oversikt over de mest grunnleggende påstandene som særpreger TML. Siden TML er en utvidelse av teorien T;1 er selvfølgelig alle aksiomene i T;1 også aksiomer i TML. La oss minne om at de aksiomene som inngår i T;1 er de følgende: For det første dreier det seg om et standardaksiomsett for kvantifikasjonsteori med identitet. For det andre dreier det seg om aksiomene i mengdelæren ZFC;u, – en versjon av Zermelo-Fraenkel systemet for mengdelære som tillater eksistensen av såkalte urindivider. For det tredje dreier det seg om de aksiomene om utsagn og mulige verdener som er spesielle for teorien T;1. Det har imidlertid ikke vært hensikten å gi et sammen-drag av disse aksiomene her. I denne forbindelse henvises leseren til de arbeidene som ble nevnt ovenfor. Det bør også understrekes at teorien på langt nær er noen "fullstendig" teori. Når det gjelder f.eks. "minst like bra som"-relasjonen mellom mulige verdener er det mulig å utvide teorien i forskjellige retninger med langt flere antagelser.

Teorien TML er av en viss interesse fordi en rekke begreper av moralfilosofisk natur kan defineres innenfor den. Det er i så fall mulig å se hva som innenfor teoriens rammer følger fra forskjellige påstander som inneholder disse begrepene. La oss se på en del viktige begreper som kan introduseres.

For det første kan man definere hva som menes med at h er et handlingsalternativ som det er en plikt å utføre for x ved tidspunktet t i verdenen w. Det virker fornuftig å hevde at dette er tilfelle hvis og bare hvis h er et handlingsalternativ som er bedre enn alle de andre alternativene som står åpne for x ved tidspunktet t i verdenen w. Videre virker det rimelig å hevde at h er et handlingsalternativ som det er tillatt for x å utføre ved tidspunktet t i verdenen w hvis og bare hvis h er blandt de beste alternativene som står åpne for x ved tidspunktet t i verdenen w. Endelig er det naturlig å si at et handlingsalternativ er forbudt for x hvis og bare hvis h er et handlingsalternativ som ikke er blandt de beste av dem som står åpne for x.

Gitt disse begrepene er det mulig å innføre andre som kan være av interesse og som det kan bevises satser om innenfor teoriens rammer. Et slikt begrep er begrepet "livsløp". La w være en logisk mulig verden og x et eller annet individ. Vi betrakter den funksjonen L;(x,w) som til hvert tidspunkt t der A;(x,t)(w)≠ ø tilordner det ordnete paret <a;t,b;t> hvor a;t er mengden av alle de handlingsalternativene som x har ved tidspunktet t i verdenen w, og hvor b;t er det av disse alternativene som x realiserer fra og med t i verdenen w. Merk at L;(x,w) ikke nødvendigvis er definert over hele T. Men vi har selvfølgelig at domenet til L;(x,w) er inkludert i T. Funksjonen L;(x,w) kunne kalles for det totale livsløpet til x i verdenen w. Kjente man denne funksjonen i detalj, og hadde man en fullstendig oversikt over den, ville man kjenne til alle de alternativene som sto åpne for x i verdenen w og hvilke av disse som x realiserte. Sagt på en annen måte ville man i så fall ha en full oversikt over x's liv i denne verdenen. Det er selvfølgelig fordi den teorien som har blitt skissert kan sies å gi en – og faktisk gir en – informasjon av rent logisk natur om livsløp i denne forstand at vi har valgt å kalle den "en teori om logisk mulige livsløp".

Det er også mulig å innføre modaloperatorer i teorien TML. Anta w er en logisk mulig verden og at H;(t,w) er mengden av alle de logisk mulige verdenene som som er historisk identiske med verdenen w opp til og inkludert tidspunktet t. La u være et utsagn som er sant i de beste av alle de verdenene som er med i H;(t,w). Det synes da rimelig å si at utsagnet u i en viss forstand beskriver et forhold som ideelt sett bør eller skal være tilfelle i verdenen w relativt til tidspunktet t. Man kan altså i denne forbindelse innføre en modalfunksjon Skal@ som til ethvert tidspunkt t og ethvert utsagn u tilordner et utsagn

Skal@;t(u) ved å stipulere at utsagnet Skal@;t(u) skal regnes som sant i en verden w hvis og bare hvis utsagnet u er sant i alle de beste verdenene i H;(t,w). Gitt denne operatoren kan man så definere den korresponderende duale tillatelses-operatoren Til@ ved

Til@;t(u) = Neg(Skal@;t(Neg(u))

Et interessant spørsmål som oppstår i denne forbindelse er hvordan f.eks. relasjonen "h er et handlingsalternativ som det er x plikt å realisere fra og med tidspunktet t" og de tilsvarende andre relasjonene som ble nevnt ovenfor er relatert til modaloperatoren Skal@ og de andre modaloperatorene som kan defineres ved hjelp av denne. Det viser seg at man ikke uten videre kan bevise noen interessante satser om dette i TML slik den så langt er skissert. Vi betrakter derfor muligheten av å utvide teorien med ytterligere noen ikke-logiske aksiomer som relaterer relasjonen "minst like bra som" mellom mulige verdener til relasjonen "minst like bra som" mellom handlingsalternativer som står åpne for x ved tidspunktet t i verdenen w. Disse ikke-logiske aksiomene kan formuleres innenfor språkrammen til TML og vi betegner dem med P1 – P3.

La oss på dette punkt gjøre rede for hva det første av disse prinsippene sier i mer uformelle ordelag. Anta h er et handlingsalternativ som står åpent for x ved tidspunktet t i verdenen w. Med realiseringsmengden til h relativt til triplet <x,t,w> menes mengden av alle de logisk mulige verdenene som er historisk identiske med w opp til og inkludert tidspunktet t og hvor det er slik at x fra og med tidspunktet t realiserer alternativet h.

Prinsippet P1 sier da at alternativet h;1 er minst like bra som alternativet h;2 for x ved tidspunktet t i verdenen w hvis og bare hvis de beste verdenene i realiseringsmengden til h;1 relativt til <x,t,w> er minst like bra som de beste elementene i realiseringsmengden til h;2 relativt til <x,t,w>.

Prinsippet P2 sier at alternativet h;1 er bedre enn alternativet h;2 for x ved tidspunktet t i verdenen w hvis og bare hvis de beste verdenene i realiseringsmengden til h;1 relativt til <x,t,w> er bedre enn de beste elementene i realiseringsmengden til h;2 relativt til <x,t,w>.

Endelig uttrykker prinsippet P3 at alternativet h;1 er akkurat like bra som alternativet h;2 for x ved tidspunktet t i verdenen w hvis og bare hvis de beste verdenene i realiseringsmengden til h;1 relativt til <x,t,w> er akkurat like bra som de beste elementene i realiseringsmengden til h;2 relativt til <x,t,w>.

Ved hjelp av disse prinsippene kan man så bevise en rekke satser som relaterer de tre predikatene "h er et handlingsalternativ som det er en plikt for x å utføre fra og med tidspunktet t i verdenen w", "h er et handlingsalternativ som det er tillatt for x å utføre fra og med tidspunktet t i verdenen w" og "h er et handlingsalternativ som det er forbudt for x å utføre fra og med tidspunktet t i verdenen w" til de deontiske operatorene vi nevnte ovenfor. Man kan f.eks. vise under visse nærmere angitte forutsetninger at h er et handlingsalternativ som det er påbudt for x å utføre fra og med tidspunktet t i verdenen w hvis og bare hvis det er slik at utsagnet som sier at det skal være slik at x fra og med t realiserer alternativet h er sant i verdenen w.

Viktigheten og poenget med disse satsene er det følgende. For det første viser de til visse sammenhenger mellom begreper som på den ene side dreier seg om det som skal gjøres ("Tunsollen") og begreper som på den andre side dreier seg om det som skal være ("Seinsollen"). De predikatene som ble nevnt ovenfor og som hadde med handlingsalternativer å gjøre er av den første typen. De deontiske modaloperatorene som ble nevnt representerer begreper av den sistnevnte typen. For det andre viser også satsene hvordan studiet av preferanselogikk kan knyttes til studiet av deontiske operatorer. For det tredje antyder satsene sammenhenger mellom teorier som gir en ytterligere karakteristikk av relasjonen "h;1 er et handlingsalternativ som er minst like bra som h;2 for x ved tidspunktet t i verdenen w", som f.eks. de konsekvensetiske teoriene som har blitt formulert i Rognes [10]

og studiet av deontisk logikk.

Sammenfattende kan man si at teoremene derfor kaster lys over sammenhenger som består mellom disiplinene konsekvensetikk, preferanse-logikk og deontisk logikk. I denne forbindelse bør det neves at å få frem eventuelle mulige sammenhenger av dette slag har vært hovedformålet med denne delen av dette arbeidet.

I Rognes [96b] er hovedsaken å gi en helt eksplisitt formalisering og diskusjon av en konsekvensetisk teori som vi kaller KET1 samt endel teorier som er beslektet med denne. Det kan være av interesse å gi en uformell skisse av hovedtankene i denne konsekvensetiske teorien. Disse kan uformelt formuleres slik: La oss tenke oss at h1 og h2 er to handlingsalternativer som står åpne for personen x ved tidspunktet t. La K(h1) være klassen av alle de mulige konsekvenser som kan inntreffe om x realiserer h1 og la K(h2) være klassen av alle de mulige konsekvenser som kan inntreffe om x realiserer h2. Med den forventede verdi til til alternativet h1 forstår vi nå summen av verdiene til konsekvensene i K(h1) redusert i forhold til den sannsynlighet de inntreffer med dersom h1 realiseres. Den forventede verdi til alternativet h1 defineres analogt. Grunntanken i teorien er da den at et handlingsalternativet h1 er minst like bra som handlings-alternativet h2 for individet x ved tidspunktet t hvis og bare hvis den forventede verdi til h1 er minst like stor som den forventede verdi til h2. Videre er tanken den at et handlingsalternativ er tillatt for x ved t hvis og bare hvis det har minst like stor forventet verdi som noe annet alternativ som står åpent for x ved tidspunktet t. Videre er det slik at et handlingsalternativ er påbudt for individet x ved tidspunktet t hvis og bare hvis det har større forventet verdi enn noe annet alternativ som står åpent for vedkommende ved dette tidspunktet.

Det interessante med teorien ovenfor, som selvfølgelig ikke er spesielt original, og som i særdeleshet ikke må oppfattes om en teori hvis oppfinnelse forfatteren er ansvarlig for, er at den angir en tilstrekkelig og nødvendig betingelse for når et alternativ som står åpent for en person ved et gitt tidspunkt er bedre enn et annet alternativ som står åpent for vedkommende ved dette tidspunkt. Teorien kan derfor sies å karakterisere relasjonen "minst like bra som" mellom handlingsalternativer. Et annet viktig trekk ved teorien er at den også gir en visse holdepunkter for hvordan man kan gå frem for å avgjøre om et alternativ h1 er bedre enn et annet h2. Prosedyren vil bestå i at man forsøker å danne seg et overblikk over de mulige konsekvenser som kan inntreffe om man realiserer h1 og tilsvarende en oversikt over de mulige konsekvensene som kan inntreffe om man realiserer h2. Dernest må man forsøke å vurdere sann-synlighetene til konsekvensene ved de forskjellige alternativene. Endelig må man forsøke å skaffe seg en oversikt over verdiene til de mulige konsekvensene man tar i betraktning f.eks. ved at man med utgangspunkt i en mulig konsekvens vurderer hvor mye bedre, eventuelt hvor mye verre, de andre konsekvensene ved alternativene er. På basis av den informasjonen man får på denne måten må man så forsøke å beregne den forventede verdien til de to handlingsalternativene for å se hvilket av dem som har størst slik verdi. Dette alternativet bør så foretrekkes fremfor det andre.

La oss nå forsøke å si noe mer om innholdet i dette arbeidet. Som nevnt er noe av hensikten med arbeidet å formalisere den konsekvensetiske teorien som ble skissert ovenfor. Dette innebærer at vi ønsker å formulere teorien innenfor rammen av et velavgrenset første-ordens språk. Vi avgrenser og delvis kommenterer dette språket i et av de innledende avsnittet i arbeidet. Språket er et vanlig første-ordens språk med identitet. I språket har vi inkludert et vanlig standardsett av predikater for mengdelære. Det dreier seg om de to predikatene "x er en mengde" og "x er et element i mengden y", altså (1) og (2) ovenfor. Ved hjelp av disse predikatene kan så alle de vanlige begrepene innenfor den klassiske matematikk defineres. Vi trenger naturligvis denne delen av språket fordi vi i stor utstrekning har behov

for å snakke om mengder og funksjoner av forskjellig slag. Videre inkluderer det ikke-logiske vokabularet til teorien de primitive predikatene som inngår i utsagnsteorien T;1 og egenskapsteorien E;3 som vi tidligere har studert. Dette innebærer at man innenfor rammene av språket kan uttrykke påstander om mulige verdener, utsagn, mengder av utsagn, egenskaper og alle mulige forskjellige relasjoner som kan bestå mellom entiteter av denne typen. De viktigste ikke-logiske predikatene i språket er imidlertid de predikatene som gjør det mulig å uttrykke de påstandene vi nevnte ovenfor i vårt uformelle riss av teorien KET1. Blandt disse predikatene har vi for det første

(28) "h er et handlingsalternativ som står åpent for personen x ved tidspunktet t i verdenen w"
(29) "k er et utsagn som beskriver en mulig konsekvens som kan inntreffe om x ved tidspunktet t utfører alternativet h i verdenen w".

Videre inkluderer vi predikatene:

(30) "x er et tidspunkt"
(31) "x er et tidspunkt som kommer før tidspunktet t"

for å kunne uttrykke tidsforhold. Blandt andre viktige ikke-logiske predikater i dette språket er

(32) "f er en etisk verdifunksjon over mengden av utsagn"

samt to temmelig komplekse predikater som gjør det mulig å si noe om sannsynligheter og vekt:

(33) "z er sannsynligheten for k gitt at x utfører alternativet h i verdenen w ved tidspunktet t"
(34) "z er vekten til klassen y av mulige konsekvenser som kan inntreffe om x realiserer handlingsalternativet h ved tidspunktet t i verdenen w relativt til verdifunksjonen f ".

Endelig inkluderer vi de tre predikatene

(35) "h er et handlingsalternativ som det etisk sett er tillatt for x å realisere ved tidspunktet t i verdenen w",
(36) "h er et handlingsalternativ som x bør utføre i verdenen w ved tidspunktet t"
(37) "h;1 er et handlingsalternativ som er minst like bra som h;2 for x ved tidspunktet t i verdenen w".
(38) "x realiserer handlingsalternativet h fra og med tidspunktet t i verdenen w"

Dermed har vi i hovedtrekkene beskrevet det språket som blir lagt til grunn i denne avhandlingen.

Teorien KET1 er en vanlig første-ordens teori som er formulert i det språket vi har angitt ovenfor. For å spesifisere teorien fullstendig er det derfor nødvendig å angi de ikke-logiske aksiomene som inngår i den. Dette gjør vi så i detalj. Imidlertid skal vi ikke her gi et detaljert resymé av de ikke-logiske aksiomene. Vi nevner først de aksiomene som har med

tidspredikatene som ble listet opp ovenfor å gjøre. Dernest en rekke generelle setninger om handlings-alternativer og mulige konsekvenser som også inkluderes i grunnlaget til teorien. Dernest følger en omtale av de aksiomene vi legger til grunn for sannsynlighetspredikatet og predikatet "f er en etisk verdifunksjon over mengden av utsagn". Ytterligere spesifiseres de grunnleggende aksiomene om forventet verdi og vekt og kommenterer dem. I tilknytning til disse aksiomene innfører vi begrepet om en endelig additiv mengdefunksjon og viser en rekke generelle satser om slike funksjoner. Disse anvendes så på vektfunksjonen vi har definert over mengden av alle de mulige konsekvenser som kan inntreffe ved et handlingsalternativ. Endelig spesifiseres det vi kaller hovedaksiomene i teorien. Disse angir nødvendige og tilstrekkelige betingelser for når et handlingsalternativ er tillatt og påbudt, og når et alternativ er bedre enn et annet. På dette punkt har vi definert teorien KET1 fullstendig.

Det viser seg ved nærmere undersøkelser at denne teorien har visse motintuitive konsekvenser. Vi beskriver derfor en modifikasjon av KET1 som vi kaller KET2 som ikke har disse motintuitive konsekvensene.

Ytterligere betrakter vi en utvidelse av KET1 som gjør at vi får som resultat em teori som representerer et konsekvensialistisk standpunkt i vid forstand. I denne teorien betraktes det forhold at en person realiserer et bestemt handlings-alternativ som en mulig konsekvens ved dette alternativet, Vi viser hvordan denne tanken kan formuleres presist innenfor rammen av KET1. En tilsvarende utvidelse kan også betraktes i forbindelse med KET2.

I arbeidet utleder vi en rekke satser i forbindelse med teorien KET1 som gir en et bedre bilde av hva teorien sier og delvis også hvordan den kan anvendes ved mer konkrete problemstillinger.

KET1 og de andre nevnte, beslektede, teoriene, representerer en form for verdibaserte etiske teorier. De verditeoretiske aksiomene i KET1 utgjør i en viss forstand en meget sterk verditeori. I arbeidet viser vi hvordan denne teorien kan svekkes og også hvordan den kan reaksiomatiseres. Det blir også nevnt en del andre verditeoretiske prinsipper som ikke er utledbare i noen av teoriene slik vi så langt har fremstilt dem, videre drøftes formen til en del mer spesielle verdi-teoretiske prinsipper. Grunntrekkene i en mer konkret verditeori skisseres også. Overveielsene her er av en helt uformell og tentativ karakter.

I selve teorien KET1 innføres begrepet forventet verdi som et primitivt begrep. Vi betrakter muligheten av å definere dette begrepet bare ved hjelp av de begrepene i KET1 som har med sannsynligheter og verdier å gjøre og presenterer en slik definisjon i rent matematiske termer. I denne forbindelse innfører vi endel elementære satser fra teorien om reelle tallfølger og rekker som vi har bruk for og beviser så en rekke satser i forbindelse med det begrepet forventet verdi som vi har innført. Vi viser også hvordan man kan utlede aksiomene om forventet verdi og vekt som vi har innført i KET1, AFV1 – AFV12 ved å erstatte dem med ett aksiom og definere de predikater i KET1 som har med vekt og forventet verdi å gjøre.

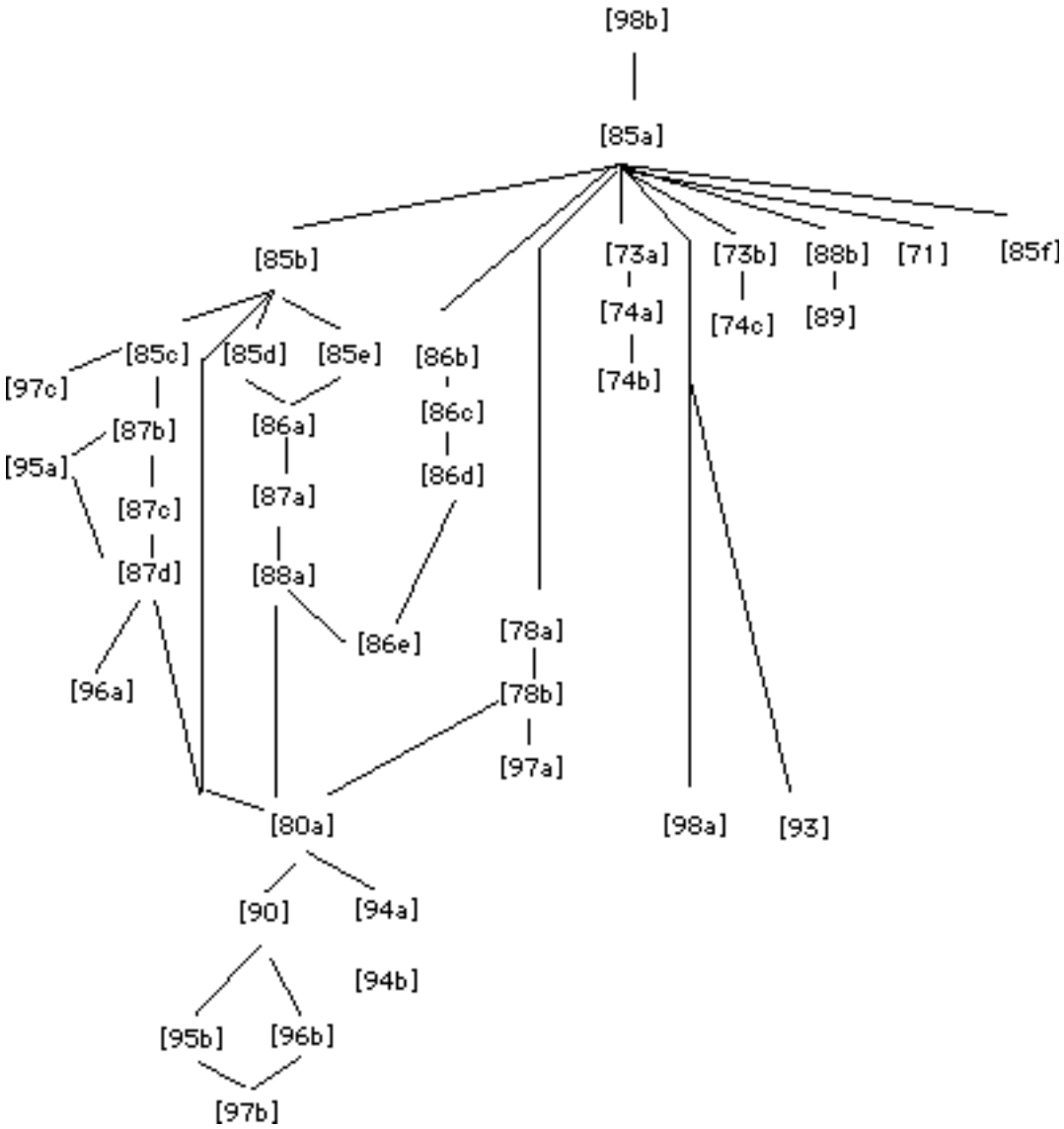
I den siste hoveddelen av dette arbeidet studerer vi et eksempel som synes å vise at KET1 slik den er formulert har noen klart motintuitive konsekvenser. Saken har å gjøre med det følgende forhold: KET1 forhindrer ikke at et alternativ h1 som har de mest grusomme konsekvenser kan være å foretrekke fremfor et alternativ h2 som ikke har noen grusomme konsekvenser i det hele tatt såsant h1 i tillegg har tilstrekkelig mange gode konsekvenser som oppveier de grusomme. Å foretrekke h1 fremfor h2 i en slik situasjon kan virke direkte uetisk. Endres derimot KET1 i retning av KET2 er man ikke lenger i stand til å utlede disse motintuitive konsekvensene. Disse aspektene ved teorien drøftes temmelig utførlig.

Dette avslutter min omtale og redegjørelse for de skrifter jeg har oppført på verklisten og

skulle samtidig gi leseren en oversikt over den rekkefølge som det er fordelaktig å lese dem i.

FIGUR

Ledetråd som viser rekkefølgen i hvilke mine arbeider bør leses.



Ser man på en lang rekke av de teorier vi har presentert i våre arbeider dreier det seg om det

vi har kalt første-ordens teorier. Man kunne også ha kalt dette for predikatlogiske teorier, eller teorier formulert eksplisitt i et predikatlogisk språk med identitet. Akkurat hvilken terminologi man benytter i denne forbindelse skulle åpenbart være temmelig uvesentlig.

Er nå L et første-ordens språk kan man si at det vi mener med en første-ordens teori i L (eller predikatlogisk teori i L) er det fire-tuple der de enkelte komponentene oppfyller de følgende krav. Den først komponenten er klassen av alle de logiske aksiomene i L. Den andre komponenten er en ikke-tom mengde av formler i L. Vi kaller klassen av disse formlene for de ikke-logiske aksiomene i teorien. Videre er den tredje komponenten mengden som utelukkende inneholder de to slutningsreglene modus ponens og universell generalisering. Endelig er den fjerde komponenten den minste formelmengden i L som inneholder alle de logiske aksiomene i L samt alle de ikke-logiske aksiomene, og som dessuten er lukket under de to slutningsreglene modus ponens og universell generalisering.

La oss minne om en del notasjon som vi har brukt i forbindelse med første-orden språk (predikatlogiske språk med identitet). "L;e" betegner det predikatlogiske språket med identitet hvor de eneste ikke-logiske predikatene er "x er en mengde" og "x er et element i mengden y". Er L et første-ordens språk og Δ en mengde med predikater som ikke er med i det logiske vokabularet til L, betegner "L[Δ]" det språket man får når man utvider det ikke-logiske vokabularet til L med predikatene i Δ. La oss også i forbindelse med L;e minne om at dette ikke på noen måte er noe uintepretert språk. Det er slik at alle de rent logiske konnektivene i dette språket har sin vanlige betydning. Dette gjelder også de ikke-logiske predikatene i språket.

I forbindelse med predikatlogiske språk sier vi at et slikt språk er en utvidelse av et annet om det ikke-logiske vokabularet i det sistnevnte språket er strengt inkludert i det ikke-logiske vokabularet til det førstnevnte språket. Det bør også bemerkes at i lys av den definisjonen vi har gitt ovenfor av en første-ordens teori i L, er en slik teori entydig bestemt straks språket til teorien og de ikke-logiske aksiomene i den er fiksert. Det bør også bemerkes at dersom T er en første-ordens teori i L (heretter kalt "teori i L") og L' er en utvidelse av språket L, så vil de ikke-logiske aksiomene i T entydig bestemme en teori T' i utvidelsen L'. La oss endelig bemerke at når vi her taler om første-ordens språk, eller om predikatlogiske språk med identitet, forutsetter vi at de eneste ikke-logiske symbolene i disse språkene er predikater av forskjellig grad. Våre språk inneholder derfor ikke beskrivelsestermer eller funksjonssymboler. Uttrykk av denne typen tenkes innført på den måten som er beskrevet i Rognes [85a].

Anta L er en utvidelse av språket for mengdelære. "ZFCu(L)" er da den teorien i L hvis ikke-logiske aksiomer er nøyaktig klassen av ZFCu-aksiomene i L. Klassen av ZFCu-aksiomene i L, hvor L er en utvidelse av L;e er blitt nøyaktig avgrenset og definert i flere av våre arbeider. Man kan i denne forbindelse særlig studere Rognes [85a].

Man kan sammenfattende si at en lang rekke av de teoriene vi har spesifisert er utvidelser av ZFCu(L) med nye ikke-logiske aksiomer hvor L eventuelt er en utvidelse av L;e.

Så mye angående strukturen til de arbeidene vi har formulert og undersøkt i våre arbeider. La meg i tilknytning til det som er nevnt ovenfor fremsette enkelte kommentarer til denne fremgangsmåten og også fremsette noen mer generelle kommentarer angående den filosofiske karakteren til våre arbeider. Det kan videre være på sin plass å understreke visse synspunkter på arbeidenes forsøksvise og undersøkende karakter som ellers ikke har kommet så godt frem andre steder og som det er maktpåliggende for meg å få klart frem.

Et første påfallende trekk ved de arbeidene som det er redegjort for er deres sterkt "formaliserte" karakter. Vi har altså bestrebet oss på å fremstille en rekke teorier helt rigorøst

og de har blitt spesifisert og definert som første-ordens teorier i den betydning som er nevnt ovenfor. Forsåvidt er disse teoriene blitt fremstilt med nøyaktig den samme rent formelle rigorøsitet som man finner i et hvilket som helst matematisk eller rent logisk arbeid. I denne forbindelse kan det nevnes at jeg ser på endel av arbeidene, særlig dem som har blitt skrevet før 1978, som nærmest rent logiske skrifter. Nå er det slik at selve denne formelle fremstillingsmåten kan få enkelte til å tro at det vi har skrevet strengt tatt ikke bør regnes som forsøk på å gi et bidrag til filosofien. Dette må i så tilfelle bero på en misforståelse eller feilslutning. Hvorvidt en teori gir et bidrag til filosofisk tenkning eller ikke avhenger ikke av selve måten teorien er fremstilt på, f. eks. om den er fremlagt eksplisitt som en først-ordens teori. Det må snarere bero på i hvilken grad teorien bidrar til å kaste lys over, eller løse, problemer som allment vil bli ansett for å være av filosofisk natur. Ved nærmere inspeksjon av de teoriene vi har fremlagt tror jeg det må medgis at de faktisk har en viss filosofisk og at studiet av dem, forsøk på å utvikle dem, derfor representerer et bidrag til filosofien.

Det er imidlertid en rekke grunner til at vi har valgt å fremstille våre teorier eksplisitt som første-ordens teorier. Hovedgrunnen er at dette gjør det så lett som overhodet mulig å finne svakheter ved dem. Men det er også andre grunner. La oss se litt nærmere på dette. Anta T er en første-ordens teori som er helt eksplisitt definert i et først-ordens språk L hvor også L er spesifisert helt formelt på den måten vi har eksemplifisert i våre arbeider. Teorien T kan da undersøkes kritisk med hensyn på de følgende punkter:

For det første kan man kritisk gjennomgå vokabularet til teoriens språk med hensyn på i hvilken grad de ikke-logiske predikatene kan anses som meningsfulle eller ikke. Gitt at man da finner at det f. eks. er tvilsomt om et eller flere av de ikke-logiske predikatene er meningsfulle kan man i så fall se meget lett hvilke formler og setninger i språket som inneholder disse predikatene og som derfor må skjæres vekk som meningsløse eller tvilsomme. Dette innebærer at man i sin tur meget lett kan se hvilke av de ikke-logiske aksiomene i teorien som faller vekk. Kort sagt ser man lett hvordan teorien må revideres slik at bare de meningsfulle delene av den står igjen. Dette må kunne oppfattes som en vesentlig fordel ved en slik eksplisitt, formalisert fremgangsmåte.

For det andre har man en mulighet for å få et helt klart overblikk over de ikke-logiske aksiomene i teorien. Man kan da lett gjennomgå disse kritisk med det for øye å se hvor rimelige de er i lys av den intuitive tolkningen av de primitive predikatene i teorien. Dette er i sin tur vesentlig i tilfelle man finner at et eller flere av aksiomene kanskje ikke er så rimelig som man opprinnelig tenkte, men s de andre er det. Dette kan i en del tilfeller gi en indikasjon på hvordan teorien kan modifiseres slik at man sitter igjen med den mer holdbare delen av den. Det øker også sannsynligheten for at man kan formulere alternative teorier som har mer fordelaktige egenskaper enn den man startet med.

Formuleres en teori eksplisitt vil det også være lettere å undersøke i hvilken grad de ikke-logiske aksiomene er uavhengige av hverandre. Finner man at noen av dem kan utledes fra de andre innebærer dette at man lett kan se hvordan teorien kan forenkles. Det vil også være lettere å undersøke om teorien er konsistent eller om den på noen måte kan reduseres til en annen teori som man på forhånd har bedre grunner til å tro at er konsistent.

For det tredje vil det også være slik når man formulerer en teori eksplisitt at man ikke bare formulerer teoriens språk og dens ikke-logiske aksiomer. Man vil også i betraktelig grad utvikle den, dvs. spesifisere formler i språket som hører med blandt teoremene og for hver og en av disse formlene angi et bevis. Dette gjør det lett for en kritiker å danne seg et bilde av hva teorien sier og dermed kunne sammenholde den med andre uforenelige, men sanne påstander. Hvis noen av teoriens teoremer strider mot påstander man åpenbart finner sanne er det klart at det må være noe i veien med teorien. Har man formulert teorien eksplisitt og gitt et korrekt bevis for den omstridte påstand vil det i så fall være forholdsvis lett å se hvilke av

de ikke-logiske aksiomene i teorien som brukes i beviset. I så fall vil det være disse som primært vil komme i søkelyset om man ønsker å revidere teorien. Formuleres en teori på en mer grumset og logisk sett mindre oversiktlig måte vil det være langt vanskeligere å se hva som er i veien med teorien. En annen fordel er selvfølgelig at det er mulig å kontrollere bevisførselen direkte ned til de minste trinn. Ytterligere er det en fordel at det tross alt blir lettere å se hva som følger fra teorien siden en setning bare er et teorem i teorien om den kan utledes fra aksiomene i den.

Så langt har vi bare nevnt en del fordeler ved den fremstillingsformen vi har benyttet i våre arbeider. La oss nå ta opp en del temaer i forbindelse med det vi har skrevet som direkte har forbindelse med det vi har tatt opp ovenfor. Det ble nevnt tidligere at en god del av de teoriene vi har formulert er teorier av typen ZFCu(L) der L er et predikatlogisk språk med identitet som i sin tur er en utvidelse av L;e, språket for mengdelære. Det bør også nevnes at hoveddelen av alle de teorier vi har studert har vært av første-orden typen. Vi skal ta opp to temaer i denne forbindelse.

I enhver predikatlogisk teori vil klassen av alle de logiske aksiomene i språket i en viss forstand være felles. Det samme gjelder slutningsreglene modus ponens og universell generalisering. Er L et første-ordens språk som betegner vi den første-ordens teorien i L som ikke inneholder noen ikke-logiske aksiomer med "Q(L)". Som man lett ser fra den definisjonen vi har gitt tidligere av "første-ordens teori" vil teoremene i Q(L) være inkludert blandt teoremene i enhver første-ordens teori i L. Formlene i Q(L) utgjør da de rent predikatlogiske og identitetsteoretiske sannhetene i L. Sammen med ZFCu-aksiomene i L utgjør disse derfor det rent logiske og mengdeteoretiske grunnlaget i våre teorier.

Fra en filosofisk synsvinkel kan man kanskje si at ingen påstand eller noe system av påstander strengt tatt kan unndra seg kritisk refleksjon og diskusjon. I enhver alvorlig refleksjon over et emne må det være innebygd en kritisk refleksjon over selve refleksjonen. Det må kort sagt ikke være noe som hindrer en kritisk refleksjon og diskusjon av refleksjonen på ethvert nivå. I så fall er setningene i Q(L) ikke noe som uten videre kan unndras diskusjon. Som nevnt utgjør Q(L) alle de klassiske predikatlogiske og identitetsteoretiske setningene i L. Det er imidlertid klart at den klassiske logikk utgjør en helhet av sannheter som virker enten direkte opplagt, eller, dersom sannhetene ikke er direkte opplagte, potensielt opplagte i den forstand at man kan lede enhver til å akseptere en slik sannhet ved et trinnvis resonnement der hvert trinn er opplagt. Det synes svært vanskelig å finne noen virkelig kritiske argumenter som kan rive denne helheten av sannheter overende. Det har naturligvis blitt fremsatt en rekke ikke-klassiske logikker som delvis har blitt foreslått som et alternativ til klassisk predikatlogikk. Man kan i denne forbindelse tenke på forskjellige typer av flerverdige logikker og kanskje særlig på intuisjonistisk logikk. Det er naturligvis klart at man alltid bør være åpen og at det ikke er tale om å benekte viktigheten og det interessante ved f.eks. det å se hvor mye av den klassiske matematikk man kan bygge opp på et intuisjonistisk grunnlag. Trolig er det også riktig å si at en som virkelig er alvorlig interessert i logikkens og matematikkens grunnlag bør studere alle fremstøt i disse retningene og sette seg inn i de resultater som har blitt oppnådd. Uansett hvor riktig dette er viser det imidlertid ikke at noen av de slutningsformer eller prinsipper som kan sies å inngå i den klassiske predikatlogikk med identitet er gale. Og det viser heller ikke at man nødvendigvis har noen grunn til å revidere teorien Q(L) der L tenkes å være et predikatlogisk språk med identitet. Det er forøvrig en mer praktisk grunn til at vi ikke har tatt opp til utførlig diskusjon grunnlagsspørsmålene i forbindelse med den klassiske logikk. Det første er at man må starte et eller annet sted. Å ta sitt utgangspunkt i en logisk teori som er velkjent og analysert, som er fremstilt i talløse lærebøker instruktivt og klart, som videre i manges øyne utgjør prototypen på en elegant, ytterst plausibel teori som det skal uhyre mye til før man klusser

noe med og som i meget stor utstrekning er akseptert og respektert, synes ikke å være noe vilkårlig eller ufornuftig utgangspunkt. Den andre grunnen er at selve det rent logiske grunnlaget for våre teorier ikke har vært det som har stått i fokus for vår interesse.

Det mengdeteoretiske grunnlag i nær sagt alle de teoriene vi har betraktet har vært, noe som tydelig fremgår av det vi har skrevet, systemet ZFCu eller varianter av dette system. Vi har ikke i noen av våre arbeider systematisk diskutert berettigelsen av dette system. Motivet for å bygge opp våre teorier på denne "teoriblokken" har igjen vært av en mer praktisk art. For å få frem hovedtrekkene i teoriene trenger man en lang rekke begreper hentet fra mengdelæren. Man trenger også et betraktelig antall satser fra denne del av matematikken. Det er da, siden mengdeteoretiske detaljer ikke har vært avgjørende, greit å fiksere de mengdeteoretiske forutsetningene eksplisitt. Siden ZFC og varianter av denne teori er et forholdsvis velkjent og grundig undersøkt system har det vært naturlig å ta sitt utgangspunkt i dette. Men det er i for seg ingenting rent formelt sett som forhindrer en fra å betrakte andre systemer.

Som det skulle ha fremgått av vår fremstilling så langt er det svært mange av våre teorier som er av typen ZFCu(L)[Δ] hvor L er et temmelig rikholdig språk som er en utvidelse av språket for mengdelære og hvor Δ er en endelig mengde med formler i L. Vi har så langt kommentert enkelte trekk ved det rent logiske og mengdeteoretiske grunnlaget i teorier av denne typen. Vi kommer imidlertid nå til et annet punkt som er viktig. For å gi leseren et best mulig bilde av hva det dreier seg om synes det fordelaktig å ta utgangspunkt i et konkret eksempel. Av denne grunn skal vi derfor kommentere teorien KET1 som har blitt rigorøst definert i Rognes [96b]. Ser man på rekken av predikater vi har nevnt ovenfor i forbindelse med gjennomgåelsen av våre arbeider, nemlig (1) – (38), kan man si at språket til teorien KET1 inneholder nøyaktig predikatene (1), (2), (4) – (6), (7) – (9) og (30) – (38) som ikke-logiske predikater. Dette innebærer at språket til denne teorien er en utvidelse av språket for mengdelære, L;e. Videre inneholder dette språket alle de primitive, ikke-logiske predikatene i teoriene T;1 og E;3 som vi har nevnt trekk ved tidligere. La oss kalle språket til KET1, som vi nå faktisk har spesifisert, for L. L er naturligvis et intepretert predikatlogisk språk. Det kan være en mulighet for at noen av predikatene i dette språket i en eller annen forstand er "meningsløse". Men la oss forutsette at dette ikke er tilfelle. I så fall er det naturlig å si at L har en naturlig intepretasjon, eller modell, M. Dette innebærer at visse setninger i L er sanne i denne modellen M, mens andre er usanne i den. Det er klart man kan da kan være interessert i en mest mulig omfattende og sterk rekursiv aksiomatisering av de setningene som er sanne i denne naturlige modellen M. Åpenbart vil alle formlene i Q(L), den minste mengden som inneholder de logiske aksiomene i L og som er lukket under modus ponens og universell generalisering, være blandt de gyldige formlene i M. Dette vil da være de sannhetene i L som gjenspeiler den betydningen man normalt tillegger kvantorene, identitetspredikatet og de setningslogiske konnektivene. Når det gjelder de mengdeteoretiske predikatene "x er en mengde" og "x er et element i mengden y" er det naturligvis mer uklart hvilke av formlene som inneholder disse predikatene som intuitivt kan regnes som sanne. Men studerer man nærmere ZFCu-aksiomene i L (eller et nær beslektet aksiomsett) virker det ikke som om dette er noe unaturlig valg. Det samme gjelder aksiomene i teoriene T;1 og E;3 og som angår predikatene (4) – (9). Hvilke setninger i L som inneholder predikatene (30) – (38) er sanne i den naturlige modellen M ? Det skulle være nokså klart at man ikke uten videre kan gi noe autoritativt svar på dette og at ethvert forsøk på å avgrense en omfattende og deduktivt sterk mengde av sannhetene i L som inneholder disse predikatene på en vesentlig måte nødvendigvis må bli sterkt tentativt og delvis også få et kontroversielt preg. I arbeidet Rognes [96b] har vi formulert en lang rekke setninger som inneholder de nevnte

predikater, (30) – (38) og som i våre øyne kan fortone seg plausible i det minste som et utgangspunkt. La oss betegne denne mengden med aksiomer med "∑". La oss betegne mengden med formler i L som inneholder de karakteristiske aksiomene i teoriene T;1 og E;3 med Δ. Det bør bemerkes at ∑ bare inneholder et endelig antall setninger og at det samme gjelder Δ. Disse mengdene er definert i det nevnte arbeid ved direkte oppregning. Teorien KET1 er derfor ZFCu(L)[ΔU∑], med andre ord den teorien man får når ZFCu(L) utvides med alle setningene i ΔU∑ som nye ikke-logiske aksiomer. I Rognes [96b] utleder vi en lang rekke setninger i denne teorien. La oss betegne dem med t;1,....,t;m. (Det nøyaktige antall er av underordnet interesse). Vi har derfor at

(a) ZFCu(L)[ΔU∑] :– t;i for i=1,...,m.

Det bør understrekes at vi oppfatter konjunksjonen av alle setningene i ΔU∑, la oss betegne denne med "S", for en slags hypotese. Det er derfor svært viktig at man ikke oppfatter denne setningen som et dogme som forfatteren har skrevet ned ved en form for "guddommelig inspirasjon". Setningen S er naturligvis problematisk. Men det følger ved hjelp av deduksjonsteoremet, (a) og definisjonen av S at vi har:

(b) ZFCu(L) :– (S –> t;i) for i=1,...,m.

De diverse setningene S–> t;i er mindre problematiske enn tesen S siden disse kondisjonalsetningene er teoremer i ZFCu(L) som tross alt kan oppfattes som et forholdsvis akseptabelt system og man oppfatter meningsfullheten til predikatene i L som forholdsvis uproblematisk. De virkelige resultater i arbeidet som vi kan sies å ha gitt bevis for er derfor (a) og (b). La oss også notere det følgende. For hver og en av de diverse setningene S –>t;i vil det være bare et endelig antall av ZFCu-aksiomene i L som benyttes i beviset. La oss betegne konjunksjonen av alle de ZFCu-aksiomene som benyttes i beviset for S–>t;i med "P;i". Man har da igjen i kraft av reduksjonsteoremet og (b) at følgende er tilfelle:

(c) Q(L) :– (P;i –> (S –>t;i)) for i =1,...,m.

Det fremgår av dette at de diverse (P;i –> (S –>t;i)) kan oppfattes som rene predikatlogiske sannheter i L. Fra dette følger at en som stiller seg meget tvilende til systemet ZFCu(L),men som aksepterer språket L som meningsfullt i det minste bør kunne akseptere at vi har gitt bevis for disse sannhetene selvom de selvfølgelig kan fortone seg mindre interessante for en som betviler de diverse P;i'ene.

Vi oppfatter de ikke-logiske aksiomene i de teoriene vi har fremstilt i våre forskjellige arbeider som mer eller mindre interessante premiss-sett som det kan ha en viss interesse å undersøke konsekvensene til innenfor de språkrammene vi har satt opp. De er ment som teorier vi er interessert i å studere og som – hvis de er riktige – avgjør en god del problemer som man kan være interessert i. Dette innebærer at det i høyeste grad kan være av interesse, selv innenfor de rammer vi har satt i de enkelte tilfelle, å undersøke alternative teorier som delvis er uforenelige, delvis er svakere og delvis er sterkere enn dem vi har eksplisitt formulert. Det er også viktig å understreke at vi ønsker å innta en meget distansert holdning til de teoriene vi har beskjeftiget oss med. Det er vanskelig å se at det skulle være noen grunn for å ha sterke personlige meninger om riktigheten av f.eks. tesen S. Det kan snarere virke totalt ubegripelig hvorfor man overhodet skulle tro eller ikke tro en slik påstand, eller være forpliktet til å ha en bestemt mening om dens riktighet når man tar i betraktning all den usikkerhet den er forbundet med.

Referanser

Referanser

Rognes [71] Rognes, Morten. *Om deduktivt lukkede mengder av setninger.* Upublisert manuskript, 1971

Rognes [73a] Rognes, Morten. *Undersøkelser i intensjonal logikk (Magistergradsavhandling)*, Upublisert manuskript, 1973

Rognes [73b] Rognes, Morten. *Fullstendighetsresultater for noen modale predikatkalkyler foreslått av D. Føllesdal og for noen beslektede kalkyler.* Upublisert manuskript, 1973

Rognes [74a] Rognes, Morten. *Resultater om sterk og svak kompletthet for den minimale intensjonale predikatlogikken I;0 og for beslektede ikke-klassiske systemer.* Upublisert manuskript, 1974

Rognes [74b] Rognes, Morten. *Intepretasjonsresultater for en familie av ikke-klassiske intensjonale predikatkalkyler.* Upublisert manuskript, 1974

Rognes [74c] Rognes, Morten. *Intepretasjonsresultater for noen modale predikatkalkyler.* Upublisert manuskript, 1974

Rognes [78a] Rognes, Morten. *Studier i semantikk og erkjennelsesteori. Del I* Upublisert manuskript, 1978

Rognes [78b] Rognes, Morten. *Studier i semantikk og erkjennelsesteori. Del II.* Upublisert manuskript, 1978

Rognes [80a] Rognes, Morten. *Livsløp, utvalgsstrukturer og ordningsrelasjoner.* Upublisert manuskript, 1978

Rognes [85a] Rognes, Morten. *En oversikt over definisjoner av sentrale begreper i den klassiske predikatlogikk og mengdelære.* Upublisert manuskript, 1985

Rognes [85b] Rognes, Morten. *En teori om presise deskriptive utsagn.* Upublisert manuskript, 1985

Rognes [85c] Rognes, Morten. *Bevis for et teorem om intepretasjoner i teorien om presise deskriptive utsagn.* Upublisert manuskript, 1985

Rognes [85d] Rognes, Morten. *Et sammendrag av en teori om egenskaper og presise deskriptive utsagn.* Upublisert manuskript, 1985

Rognes [85e] Rognes, Morten. *Egenskaper. Et sammendrag av to mulige teorier.* Upublisert manuskript, 1985

Rognes [85f] Rognes, Morten. *Noen betraktninger over det ontologiske gudsbevis.* Upublisert manuskript, 1985

Rognes [86a] Rognes, Morten. *Egenskaper. Del I.* Upublisert manuskript, 1986

Rognes [86b] Rognes, Morten. *ZFC og eksistensen av urindivider. Noen konsistensresultater.* Upublisert manuskript, 1986

Rognes [86c] Rognes, Morten. *Noen gjetninger angående ZFC utvidet med aksiomer om urindivider.* Upublisert manuskript, 1986

Rognes [86d] Rognes, Morten. *Noen betraktninger over urindivider i Zermelo-Fraenkel mengdelære.* Upublisert manuskript, 1986

Rognes [86e] Rognes, Morten. *En intepretasjon av egenskapsteorien E;4.* Upublisert manuskript, 1986

Rognes [87a] Rognes, Morten. *Egenskaper. Del II (Bevis for teoremer)* Upublisert manuskript, 1987

Rognes [87b] Rognes, Morten. *En del grunnleggende begreper og setninger i teorien om presise deskriptive utsagn.* Upublisert manuskript, 1987

Rognes [87c] Rognes, Morten. *Noen teoremer om sannhets- og usannhetsinnholdet til utsagnsmengder med relevans for Poppers teori om versimilitet.* Upublisert manuskript, 1987

Rognes [87d] Rognes, Morten. *Om eksistensen og antallet til strengt uavhengige utsagnsmengder hvis tillukning under negasjon og uendelig konjunksjon omfatter hele universet av utsagn.* Upublisert manuskript, 1987

Rognes [88a] Rognes, Morten. *En alternativ aksiomatisering av egenskapsteorien E;3.* Upublisert manuskript, 1988

Rognes [88b] Rognes, Morten. *Aksiomatiseringer av noen treverdige setningslogikker relatert til Halldéns "Logic of Nonsense" og Segerbergs H:0.* Upublisert manuskript, 1988

Rognes [89] Rognes, Morten. *En predikatlogisk utvidelse av den treverdige setningslogikken S;μ.* Upublisert manuskript, 1989

Rognes [90] Rognes, Morten. *En generell teori om etiske normer.* Upublisert manuskript, 1990

Rognes [93] Rognes, Morten. *Korrespondanseteorien om sannhet.* Upublisert manuskript, 1993

Rognes [94a] Rognes, Morten. *En teori om handlinger og handlingsalternativer.* Upublisert manuskript, 1994

Rognes [94b] Rognes, Morten. *Determinisme og frihet. Noen logiske betraktninger.* Upublisert manuskript, 1994

Rognes [95a] Rognes, Morten. *Et normalformteorem i teorien om presise deskriptive utsagn.* Upublisert manuskript, 1995

Rognes [95b] Rognes, Morten. *Formalisering av en teori om etisk relevant likhet og forskjell.* Upublisert manuskript, 1995

Rognes [96a] Rognes, Morten. *Teorien om presise deskriptive utsagn, modallogikk og intensjonal finstruktur.* Upublisert manuskript, 1996

Rognes [96b] Rognes, Morten. *Formalisering og diskusjon av en konsekvensetisk teori.* Upublisert manuskript, 1996

Rognes [97a] Rognes, Morten. *Noen uløste spørsmål i forbindelse med preferanselogikken P0.* Upublisert manuskript, 1997

Rognes [97b] Rognes, Morten. *Indre etisk verdi. Det preferanselogiske systemet AX0 og noen beslektede kalkyler.* Upublisert manuskript, 1997

Rognes [97c] Rognes, Morten. *En alternativ aksiomatisering av teorien om presise deskriptive utsagn.* Upublisert manuskript, 1997

Rognes [98a] Rognes, Morten. *Meningsfylt materiale.* Upublisert manuskript, 1998